

INTRODUÇÃO À FILOSOFIA  
DO SER-FENOMÊNICO E  
DO SER-OBJETIVO

TOMO III

O MUNDO OBJETIVO CONCRETO  
O MUNDO OBJETIVO SIMBÓLICO

LUIZ SÉRGIO COELHO DE SAMPAIO

— RIO - DEZEMBRO - 85 —

## Capítulo **IV**

# **O MUNDO CONCRETO**

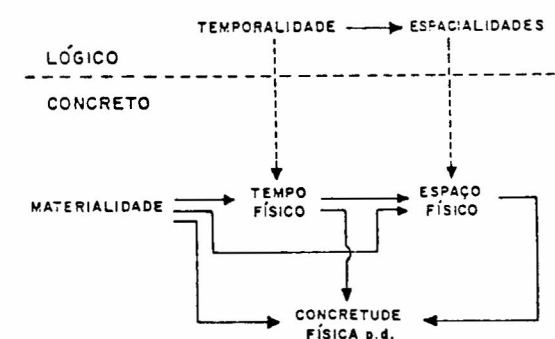


- 4.3.6.1 - Qualidades Primárias  
                versus Secundárias \*
  - 4.3.6.2 - Matéria e Forma \*
  - 4.3.6.3 - Substância e Essência \*
  - 4.3.6.4 - Todo e Partes ..... 212
- 4.4 - Panorama das Ciências do Concreto \*
  - 4.4.1 - Panorama Atual \*
  - 4.4.2 - Física Clássica e  
Física Moderna ..... 215
- 4.5 - Concretude Fenomênica \*
- 4.6 - Concretude Instrumental \*

destas duas noções que se faz a determinação do concreto pelo lógico.

Vamos admitir, pois, que a temporalidade e espacialidades lógicas, confluindo com a materialidade determinem, respectivamente, o tempo e o espaço físicos e que estes, por seu turno, confluindo com a própria materialidade, determinem o que chamamos concretude física propriamente dita (Vide Fig. 4.1.1a).

**Fig.4.1.1.a ESPAÇO - TEMPO FÍSICO**

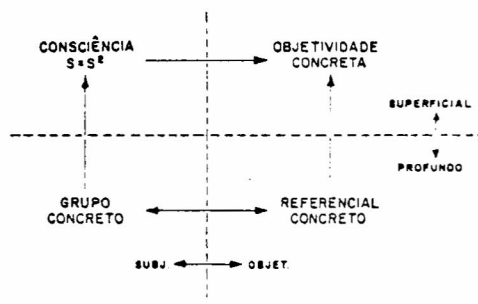


Às objetividades concretas irão corresponder, do lado subjetivo, grupos operatórios concretos, de modo que as primeiras serão definidas como invariantes para estes grupos.

Para compreensão global da "relação" sujeito/objetividade concreta é necessário notar que toda percepção de uma objetividade concreta é um ato consciente, portanto, a consciência deve estar aí presente. Sabemos ainda que toda objetividade concreta situa-se num fundo ou referencial espaço-temporal que também precisará ser explicitamente representado no ato elementar da percepção de qualquer objeto físico.

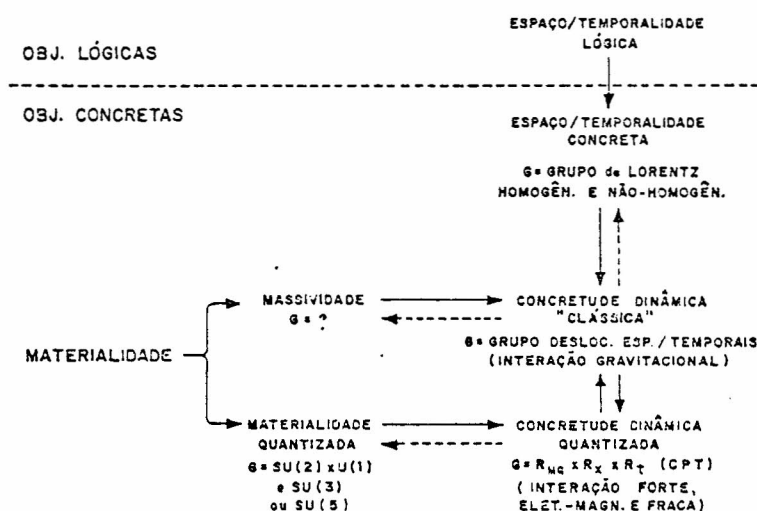
Podemos pois estabelecer uma "relação" global entre objetividade concreta e referencial espaço-temporal, do lado objetivo e, consciência e grupo operatório concreto, do lado subjetivo, em cada um destes pares discriminando o lado superficial e o profundo, um esquema global totalmente isomórfico ao utilizado para as objetividades em geral (Vide Fig. 4.1.1.b)

**Fig.4.1.1.b AS OBJETIVIDADES CONCRETAS**



no lógico e a concretude propriamente dita. A rigor, trata-se de uma abstração: tomamos o plano do concreto propriamente dito, já considerada a materialidade, e abstraímos-la *a posteriori*. Em seguida consideraremos o sub-plano da materialidade, vale dizer, o concreto de que se abstrai o espaço-tempo. Distinguiremos dois sub-sub-planos: o da massividade e o das demais propriedades da materialidade, como carga elétrica, *spin*, e outras, que denominaremos materialidade quantizada. (Vide Fig. 4.1.2)

**Fig. 4.1.2 PLANO GERAL DAS OBJETIVIDADES CONCRETAS**



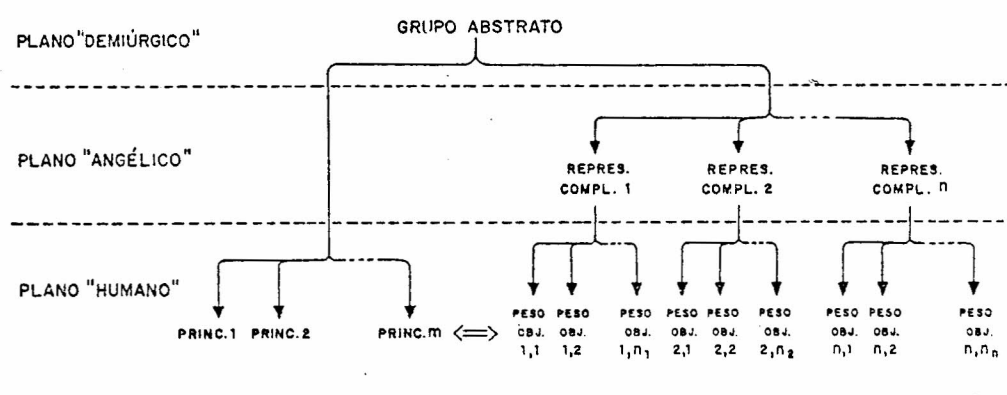
Por fim, na confluência da materialidade e da espaço-temporalidade teremos o sub-plano do concreto propriamente dito, também discriminando aí dois sub-sub-planos: a concretude dinâmica "clássica", em que consideramos apenas os aspectos relativos à massividade da materialidade, e um segundo sub-sub-plano relativo à concretude dinâmica quantizada, correlata à materialidade também quantizada.

#### 4.1.3 Plano "Demiúrgico", "Angélico" e "Humano"

No plano concreto precisamos introduzir uma distinção, que não foi necessário fazer quando tratamos das objetividades lógicas. No trato destas últimas, os grupos considerados eram finitos, possuíam uma única representação irredutível

que era feita por matrizes reais. Isto nem sempre ocorre com o mundo concreto. Aos grupos abstratos (que correspondem a representações reais) estará associado um invariante, ou o que dê no mesmo, associar-se-á um princípio de conservação a nível humano; contudo, quando, ao grupo abstrato, corresponderem várias representações irreduzíveis, e mais, por matrizes imaginárias com vetores de pesos reais, apenas estes últimos serão humanamente acessíveis. Estes, certamente, apresentar-se-ão como uma família de entidades concretas (Vide Fig. 4.1.3).

**Fig.4.1.3 GRUPOS, REPRESENTAÇÕES E PESOS / OBJETIVIDADES**



Para marcar essa distinção, denominamos o plano dos grupos abstratos como plano "demiúrgico", correlato à forma em que foi "bolado" o projeto do mundo concreto; plano "angélico", o plano das representações imaginárias dos grupos abstratos, correlato às diferentes maneiras de realizações do projeto abstrato; finalmente, plano "humano", o plano dos vetores de pesos que "projetam" no real as representações imaginárias e que se responsabilizam pela diversidade material do mundo. Se refletirmos um pouco, tudo isto nada mais é do que uma pequena sofisticação do famoso "mito das cavernas de Platão".

#### 4.2 Espaço-Temporalidade Concreta

Este item será desenvolvido em três etapas: na primeira trataremos apenas do tempo físico; na segunda, do espaço fí

sico, ambos numa perspectiva não-relativista. No subitem 4.2.3 será dado um tratamento conjunto do espaço-tempo físico, já então integrados numa perspectiva relativista.

#### 4.2.1 Tempo Físico

Se já nos foi possível caracterizar a temporalidade no plano meramente lógico, o tempo físico terá que ser caracterizado como uma síntese da temporalidade e da materialidade. Em suma, na noção de "tempo físico", o "tempo" vem do lógico; o "físico", da materialidade. Assim, se reduzirmos a materialidade a um "nada de matéria", a noção de tempo físico deverá aproximar-se da noção de temporalidade lógica. Seria isto verdade? Acreditamos que sim, pois nenhuma matéria havendo, que poderia acontecer? Nada adviria, e uma consciência hipotética que se visse frente a frente a este mundo estaria reduzida à pura angústia, por onde manifestar-se-ia a pura temporalidade física idêntica à temporalidade lógica.

Teremos que mostrar agora que, admitindo alguma materialidade, o tempo lógico transmutar-se-ia no tempo físico, com as propriedades aproximadamente iguais às que intuitivamente lhe atribuímos.

As quatro propriedades básicas do tempo físico, geralmente admitidas, são a direcionalidade, a ordenação, a homogeneidade e a continuidade. A primeira fica por conta da própria temporalidade lógica, bastando, portanto, tratarmos das três últimas.

A ordem, pré-admitindo-se a direcionalidade, reduz-se à pura diferença. É necessário pois, para que haja a ordem do tempo, que a matéria se apresente diferenciada. Esta é uma questão empírica: de fato assim se apresenta a matéria.

Poder-se-ia argüir que isto seria pouco, que dever-se-ia

exigir não apenas diferenciação, mas alternância de dife  
renciações. Se o fizéssemos, cairíamos num círculo, pois  
estariamos pressupondo o próprio tempo físico, que é justa  
mente o objeto de nossa busca. Em verdade, isto é desne  
cessário, pois uma consciência hipotética, bastando pos  
suir também a capacidade operatória {EC}, fazendo alternar  
sua atenção seria suficiente para fazer desdobrar-se a tem  
poralidade física como uma sucessão. Reconheçamos, entre  
mentes, que estariamos ainda algo distante de noção intui  
tiva de tempo físico, referencial de acontecimentos real  
mente objetivos.

Para lá chegarmos, temos que admitir uma subjetividade do  
tada de memória, suficiente para reconhecer a concordância  
ou não de recortes com seu complementar do complementar. É  
também uma questão empírica que haja ou não tal concordân  
cia. É fato que nem sempre a concordância acontece; com  
isto podemos afirmar que a materialidade devém (pense-se  
no princípio dialético da negação da negação).

A questão da homogeneidade do tempo não é um fato, mas uma  
conjectura confortável que encontra sua justificativa nas  
características dos processos cíclicos, isto é, diferencia  
ções na materialidade que devém e "des-devém", em que o  
aludido complemento do complemento de um recorte não con  
corda e concorda alternativamente. De um modo pouco rigo  
roso, mas simples, podemos dizer que a pressuposição da ho  
mogeneidade do tempo surge de uma congruência geral dos  
processos cíclicos. Aqui podemos derivar a noção de dura  
ção.

Por fim, a continuidade do tempo físico também não passa  
de uma hipótese cômoda, e justificada pelo fato de, histo  
ricamente, se ter podido progressivamente fazer acontecer  
um processo cíclico dentro dos limites de um ciclo de ou  
tro processo cíclico. Que o tempo físico seja realmente  
contínuo ainda constitui uma incôgnita. Em tudo que disse

mos procuramos não envolver a noção de espaço, entretantes, isto é uma impossibilidade. Quando tratamos acima da ordenação do tempo, fizemos intervir de forma sub-reptícia a operação {EC}, e ela tem como contrapartida objetiva a espacialidade lógica. Voltaremos a este ponto no item 4.2.3.

#### 4.2.2 Espaço-Físico

Toda a exposição inicial sobre o tempo físico é igualmente válida para o espaço. Podemos, pois, partir para a elucidação das características básicas intuitivamente admitidas para o espaço físico: não-direcionalidade, distanciamento, homogeneidade e continuidade.

A não-direcionalidade, já o vimos, provém da espacialidade lógica, isto é, da simetria dos eigen-valores de {EC}, razão por que podemos cingir-nos à consideração das três últimas características.

O distanciamento provém de um fato empiricamente determinável (o mesmo que tomamos como base para o tempo): a diferenciação da materialidade, sua heterogeneidade, vale dizer, a possibilidade de recortarmos parcialmente a matéria. A possibilidade de dois recortes disjuntos caracteriza o distanciamento. A homogeneidade do espaço, como no caso do tempo, é uma cômoda pressuposição justificada pela congruência geral das réguas. Do mesmo modo, a continuidade do espaço é apenas uma hipótese justificada historicamente pela possibilidade progressiva de intercalar objetos entre objetos. A continuidade real é ainda uma incôgnita, como ocorre também com o tempo.

Aqui também procuramos evitar a intervenção do tempo, mas teremos tido êxito? Obviamente, não! O tempo lógico esteve sempre presente pela necessária anterioridade de  $\{EC\}^0$  em relação a {EC}.

#### 4.2.3 Espaço-Tempo Físico

As observações finais nos dois itens precedentes - que nos dizem que, ao considerarmos o tempo físico, necessariamente nele infiltra-se a espacialidade e, inversamente, que na apreciação do espaço físico, a temporalidade lá esteve sempre presente -, obrigam-nos a admitir que espaço-tempo físico não pode ser "logicamente" dissociado *vis-à-vis* a materialidade. Como se dá esta interdependência? Isto foi justamente o que se veio determinar com a teoria da relatividade restrita.

Para referenciais inerciais, na física pré-relativista, a invariança das distâncias era caracterizada por:

$$D^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 = D'^2 = \Delta x'^2 + \Delta y'^2 + \Delta z'^2$$

e a invariança das durações por:

$$T^2 = \Delta t^2 = T'^2 = \Delta t'^2$$

Em princípio, a interdependência entre espaço e tempo, nestas circunstâncias, deve ser dada da forma mais simples possível, que é:

$$\begin{aligned} a D^2 + b T^2 &= a D'^2 + b T'^2 \\ \text{ou } D^2 + \frac{b}{a} T^2 &= D'^2 + \frac{b}{a} T'^2 \end{aligned}$$

A preservação da homogeneidade dimensional da equação obriga que  $\frac{b}{a}$  tenha uma dimensão da velocidade ao quadrado, e mais, que o sinal de  $T^2$  seja diferente de  $D^2$  para permitir assinalar a especificidade das coordenadas do espaço em relação ao tempo. Logo, temos  $\frac{b}{a} = -c^2$ , onde  $c$  tem a dimensão da velocidade. Em consequência, para sistemas inerciais, temos a seguinte invariança espaço-temporal:

$$\begin{aligned} S^2 &= \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 - c^2 \Delta t^2 = S'^2 = \\ &= \Delta x'^2 + \Delta y'^2 + \Delta z'^2 - c^2 \Delta t'^2 \end{aligned}$$

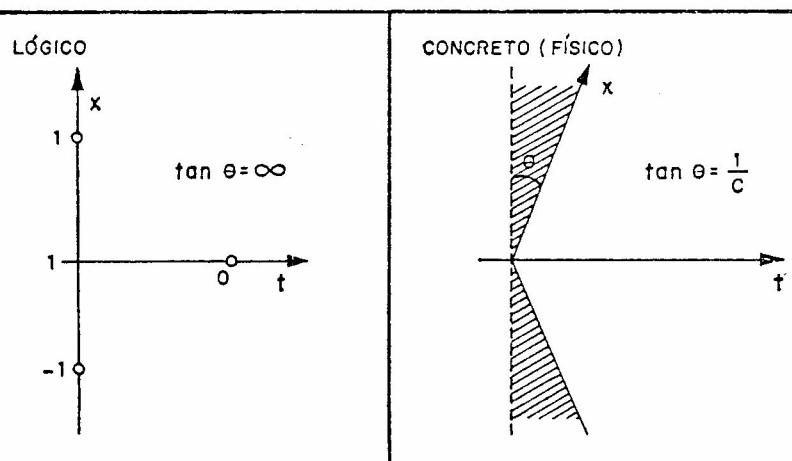


O Parâmetro  $c$  reflete uma característica própria da materialidade: a matéria é, do ponto de vista espaço-temporal, aquilo que, qualquer que seja sua forma, não se pode deslocar em velocidade superior a  $c$ .

Comparando agora a relação espaço/tempo no plano lógico e no plano concreto verificamos que, no primeiro, espaço e tempo são independentes, isto é, podem ser ditos ortogonais, porém, no último plano, existe um "compromisso" entre espaço e tempo acarretando que eles não podem ser considerados ortogonais: o eixo do espaço forma com o eixo do tempo um ângulo cuja tangente é o inverso da velocidade da luz. Isto significa que no espaço-tempo concreto existe uma zona proibida, zona em que estariam ocorrendo velocidades maiores que  $c$  (Vide Fig. 4.2.3)

Embora de dimensão espaço e tempo, o parâmetro  $c$  é uma característica própria da materialidade, mas poder-se-ia agora indagar: a materialidade não afeta

Fig. 4.2.3 ESPAÇO — TEMPO



ta o próprio espaço e tempo? A resposta é afirmativa e foi dada por Einstein com a Teoria da Relatividade Geral; nesta, a métrica do espaço é definida como função da distribuição da matéria. Em suma, poderíamos dizer que no espaço-tempo físico a espacialidade/temporalidade é lógica, e a métrica é concreta (material). Mesmo ausente, numa certa região, a materialidade determina a métrica, como aquela do espaço flat, isto é, euclidiano.

#### 4.3.3 A Concretude Quantizada

Até 1956 acreditava-se que, além da simetria espaço-temporal contínua expressa pelos grupos de Lorentz, os sistemas físicos apresentavam outras duas simetrias espaço-temporais discretas e independentes: a inversão temporal (T) e a inversão espacial ou paridade (P).

A invariança em relação a T nos diz que as leis físicas são invariantes para uma troca da coordenada  $t$  por  $-t$ , e a invariança da paridade afirma que as leis físicas são invariantes para a troca da coordenada  $x$  por  $-x$ , ou generalizando,  $y$  por  $-y$  e  $z$  por  $-z$ .

Os físicos T.D. Lee e C.N. Yang, entretanto, colocaram em questão a veracidade da conservação da paridade no caso de interações fracas (desintegração com emissão de radiação  $\beta$ ). Ainda no mesmo ano que a propuseram, a física C.S. Wu, da Universidade da Columbia, realizou experiência com o  $\text{Co}^{60}$  (Cobalto) evidenciando a justeza da tese de Lee e Yang. Em suma, ficava experimentalmente provado que a natureza apresenta, pelo menos no caso das interações fracas, uma tendenciosidade entre esquerda e direita não se podendo mais, conseqüentemente, acolher a invariança relativamente a P como um princípio absolutamente geral da Física.

A busca de uma simetria mais englobante foi tentada com o produto CP onde C representa a inversão de carga, ou mais propriamente, a substituição das partículas em jogo por suas respectivas anti-partículas. No entanto, esta simetria, também, conclui-se, em determinadas condições, era violada. O recurso foi apelar para uma invariança mais complexa, relativamente ao produto CPT, também denominado teorema de Luders-Pauli. A invariança relativamente a CPT, isto é, a simultânea troca das partículas por suas respectivas anti-partículas, inversão de  $x$  e inversão de  $t$ , para o qual até hoje não se conhece qualquer violação, po

de pois ser considerado o princípio mais geral governando a concretude dinâmica quantizada. Este teorema é o equivalente discreto das conservações contínuas da concretude dinâmica "clássica", isto é, dos princípios de conservação da energia, quantidade de movimento e momento angular.

#### 4.3.6.4 Todo e Partes

Este item, de certo modo, é uma digressão: largamos nossa linha expositiva para um diálogo com a tradição. Desde há muito tempo se vem escrevendo sobre a "relação" entre todo e partes. Muito possivelmente grande parte desta "produção" poderia deixar de ter sido feita. É justamente isto que buscaremos mostrar, a partir de nossa caracterização de todo e partes. A maioria das afirmativas sobre a "diferença" entre todo e partes tem suas raízes em equívocos de diversas naturezas, conforme as interpretemos.

Numa primeira interpretação, a pretença diferença, para mais do todo em relação à parte, não passa de um truísmo. Se, por parte, consideramos uma parte própria, a parte é manifestadamente diferente do todo; caso contrário, não seria identificável como parte própria. Acontece, porém, que a comparação, a rigor, é entre totalidades, isto é, a totalidade todo é diferente de totalidade parte. Temos nestas circunstâncias um truísmo afirmado sobre totalidades: totalidades diferentes são diferentes.

Se, ao invés de considerarmos uma parte, tomarmos o conjunto de todas as partes, supostas em número finito, duas possibilidades de interpretação podem ocorrer: na primeira, compara-se a totalidade todo com o conjunto das totalidades partes. Se o recorte das partes é meramente lógico, para que se possa dizer que chegamos ao conjunto de todas as partes, é necessário que o processo envolva as operações de ordem três, isto é, que chegue a caracterizar partes como elementos. Neste caso, se entendemos por conjunto de partes o resultado da anulação dos recortes efetuos dos então reunidos pela operação de união, o todo terá que

ser idêntico ao conjunto das partes. Se o conjunto das partes é mantido como resultado da operação lógica de nível 4 - pela conjunção & - então não é possível comparar todo e conjunto das partes, por estarmos tratando com objetividades logicamente heterogêneas.

Consideremos, por outro lado, que a operação formal de recorte tenha uma base física: aí, a comparação do todo com o conjunto das partes é simplesmente absurda, pois estaremos cometendo um erro de categoria. O todo é, por hipótese, uma entidade física, e o conjunto das partes - as partes reunidas por uma operação de união ou pela conjunção & - é uma entidade lógica, radicalmente heterogênea em relação ao todo.

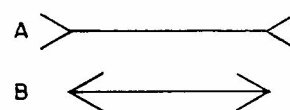
Ainda na hipótese de um recorte físico das partes, poder-se-ia dizer que o todo não está sendo comparado com o conjunto das partes, mas com um "conglomerado" qualquer das partes. Neste caso, devemos considerar as partes dispostas em algum lugar físico, dispersas ou num saco, onde, certamente, o todo será diferente do "conjunto das partes"; porém, o que estaremos comparando serão conjuntos de totalidades dispostas de formas diferentes, e, obviamente, cometemos um truísmo: são efetivamente diferentes, não por suas partes (consideradas hipoteticamente iguais) mas por seu arranjo. A afirmativa é, pois, não sobre entidades concretas, mas sobre organizações de entidades.

Se, ainda assim, aparecesse um interlocutor para redarguir que podemos corrigir a conceituação de conjunto de partes, através de especificação do arranjo efetivo de partes (fosse esta especificação estrutural ou genética), indagaríamos apenas se esta especificação é suficiente para reproduzir o todo. Não nos poderá dizer "não"; e tendo dito "sim", concordaremos que o todo tem uma relação com o "conjunto das partes", naturalmente acompanhada da especificação de seu arranjo. Porém, neste caso, a relação será obviamente de igualdade e cairemos novamente num truísmo, pois estaremos lidando com especificações (sentidos intensivos) diferentes, porém com o mesmo referente.

Em suma, estaremos discutindo sobre a possibilidade da multiplicidade de especificação de uma mesma objetividade. Desde que a especificação do arranjo possa ser feita por uma descrição finita, concordamos com que a possibilidade de multiplicidade de especificações é possível. No entanto, isto não é uma questão filosófica, mas apenas lingüística.

Falta-nos comentar um exemplo, encontrado na literatura da Gestalt, reproduzido na fig. abaixo:

A afirmação dos psicólogos da Gestalt é que o comprimento do traço horizontal parece maior na figura A do que na figura B, o que implica que a percepção da referida parte é influenciada pelos elementos circundantes, isto é, do todo a que pertence.



Deve-se observar, entretanto, que o que é alterado não é a parte, mas a propriedade percebida da parte. Neste caso, podemos ir mais longe e afirmar que não só as propriedades subjetivas percebidas se alteram, mas as propriedades objetivas mesmas podem se alterar. Mas perguntaríamos, alterar em relação a quê?

Só podemos fazer a comparação com um arranjo físico diferente das mesmas partes para não cairmos em erro de categoria.

Aceitas estas considerações, o que na verdade estamos comparando são arranjos diferentes de partes, vale dizer, todos diferentes e não parte e todos. Por outro lado, a afirmação de que as mesmas totalidades têm comportamento ou propriedades diferentes (conforme as totalidades com que se articula para formar diferentes totalidades) parece que jamais foi posto em dúvida por alguém, desde que se consiga - ou convencie-se - caracterizar, como mesma parte, apenas alguns atributos destas partes; em outras palavras, aquelas que se mantêm invariantes em todos os arran

jos em que intervêm a parte. Mas aí, não teríamos que afirmar que a parte, enquanto tal, não se alterou?

Resumindo, em qualquer das acepções consideradas, e parece que esgotamo-las todas, o todo não pode ser diferente do arranjo das partes, a menos que todo e partes sejam de categorias onto-lógicas diferentes, caso em que a afirmação não passará de um truísmo.

#### 4.4.2 Física Clássica e Física Moderna

Neste item vamos propor uma linha de demarcação entre a física clássica e a física moderna, algo diferente daquela que registra a tradição, apoiando-se mais num critério histórico que lógico. Acreditamos não seja uma porposta gratuita; pensamos que uma re-delimitação de fronteiras permitirá uma melhor compreensão do atual mapeamento do mundo concreto, uma justificação mais convincente das discriminações existentes, e, por fim, o que é mais importante, nos dará uma ante-visão dos caminhos futuros da ciência física. Tudo isso não traz, obviamente, nenhuma nova contribuição à Física, porém consideramos de maior importância para a didática da Física.

De modo geral, incluímos na física clássica a mecânica newtoniana com todo seu subsequente desenvolvimento formal, as teorias fenomenológicas dos sólidos, líquidos e gases, a termo-dinâmica, o eletro-magnetismo, a acústica, etc.

Os problemas que levaram ao desenvolvimento da chamada física moderna, quase todos tiveram a ver com o fenômeno radiação (constância da velocidade da luz, distribuição de frequências de radiação no corpo negro) e principalmente com a interação radiação/matéria (a regularidade discreta das raias de absorção e emissão dos elementos, o efeito Compton, o efeito foto-elétrico). Nenhum deles pode ser adequadamente tratado no âmbito da física clássica.

As novas teorias que vieram dar conta destes fenômenos e abrir novas frentes de conhecimento formam a relatividade restrita e depois a relatividade geral e a mecânica quântica, esta permitindo o tratamento adequado da organização atômica e dando um fundamento à própria química. A matéria a nível sub-atômico, em grande parte, vem sendo tratada com os recursos da mecânica quântica, porém muitos fenômenos permanecem além de seus limites, ensejando a busca de uma teoria mais geral que englobe tanto a mecânica quântica quanto à relatividade, e que já recebeu a denominação de "teoria unificada", sintetizando as quatro forças que, hoje, acredita-se, governam todas as interações materiais: gravitacional, forte, fraca e eletro-magnética. A fig. 4.4.2 (versão 1) resume, em grandes linhas, a divisão comumente admitida, entre a física clássica e a física moderna.

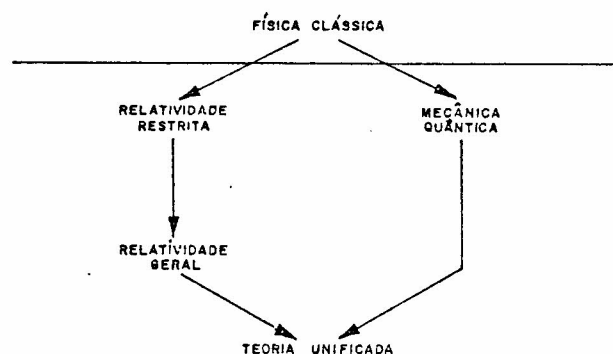
A nossa proposta baseia-se inicialmente na re-conceituação do que seja a física clássica. Como vimos no item 4.3.3 precedente, todas as contribuições da relatividade restrita poderiam ser tiradas da mecânica clássica, desde que incluíssemos, explicitamente, entre os princípios de conservação, a conser

vação da matéria, especificando-o de modo completo. Que queremos dizer com isso? Que todo princípio de conservação exige que se explicita uma quase-isolação específica, dotada de materialidade (isto é,

que sua equação dimensional inclua  $M$ ). Uma isolação espacial, isto é, meramente geométrica, é absurda.

Assim, por exemplo, para o princípio de conservação da energia exige-se isolação em relação a ação ( $ML^2 T^{-1}$ ); pa

Fig.4.4.2 FÍSICA CLÁSSICA E MODERNA—VERSÃO 1



ra a conservação da quantidade de movimento, exige-se isolamento em relação à força ( $M L T^{-2}$ ). Para a conservação da matéria teremos pois que exigir isolamento em relação a uma quantidade de dimensão  $MT^{-3}$ . Esta quantidade, já a conhecemos do eletro-magnetismo, é o vetor de Point, produto vetorial de  $\vec{E}$  e  $\vec{H}$ , vetor este que indica justamente o fluxo de potência por unidade de área.

Assim, podemos dizer que um sistema conserva sua massa, se for isolado (praticamente isolado, melhor diríamos) em relação à radiação.

$$\Delta m = 0 \iff \int_{t^1}^{t^2} \oint_S \vec{P} \cdot d\vec{s} \cdot dt = 0$$

Caso ocorra alguma variação da massa, o compromisso entre as duas expressões terá que ser da forma

$$\Delta m = \frac{1}{v^2} \int_{t_1}^{t_2} \oint_S \vec{P} \cdot d\vec{s} \cdot dt$$

onde  $v^2$  é o quadrado da velocidade da própria radiação. No caso da luz no vácuo,  $v = c$ .

Daí pode-se imediatamente tirar:

$$\Delta m \cdot c^2 = E_r \quad (E_r = \text{energia radiante})$$

isto é, a matéria se transforma em energia e vice-versa segundo a célebre expressão  $E = mc^2$

A questão da interdependência de espaço e tempo é apenas produto de uma correta conceituação de "simultaneidade" e da constatação empírica da constância da velocidade da luz para todos os sistemas inerciais. Com base apenas no acima exposto, podem ser deduzidas todas as consequências relativas



ao encurtamento do comprimento, retardamento de relógios e tantas outras.

Assim sendo, acreditamos que não estaremos cometendo uma grande violência se catalogarmos a relatividade restrita como uma teoria eminentemente clássica, que apenas veio para completar e corrigir algumas pequenas imperfeições da mecânica newtoniana. Mais adiante, daremos um argumento mais fundamental para esta proposta.

No caso da mecânica quântica, a proposta é bem menos radical. Apenas uma contribuição da mecânica quântica, a rigor, pode ser caracterizada como de natureza clássica: é a existência do momento angular intrínseco ou *spin*. É importante lembrar que a inclusão formal na teoria quântica do *spin* exige a substituição do hamiltoniano, de estrutura clássica por um hamiltoniano relativista, na equação de Schrödinger feita por Pauli e depois por Dirac. Se aceitarmos a tese acima da natureza clássica da relatividade restrita, fica a suspeita de que o *spin* é uma variável dinâmica menos quântica que propriamente clássica, isto é, veio para preencher um "buraco" ou "esquecimento" da mecânica clássica. Assim pensamos efetivamente: o *spin* já tinha seu "lugar" na mecânica clássica e tal não se tornou evidente pelo que poderíamos denominar um "infeliz acaso". O assunto está minuciosamente tratado no item 4.3.3 anterior, pelo que não mais nos estenderemos aqui sobre ele.

Assim, a proposta básica é que alarguemos a noção da física clássica para que englobe toda a relatividade restrita e a variável dinâmica *spin*, comumente só introduzida na mecânica quântica; esta tratará apenas do problema de quantificação do *spin*. Nestas circunstâncias, ficaremos diante de três grandes teorias já constituídas: a física clássica\*, a relatividade geral e a mecânica quântica\* e uma por constituir, a teoria unificada. Por que apenas estas? O que as distingue fundamentalmente? A resposta é de natureza epistemológica: está na "relação" sujeito/objeto, pressuposta

em cada uma delas. Na física clássica, não há interação física (concreta) entre sujeito e objeto; o processo de observação, pode-se dizer, é metafísico; mesmo na relatividade restrita, a contribuição do observador resume-se ao posicionamento, o qual não afeta dinamicamente o sistema observado (vide Fig. 4.4.2 - versão 2).

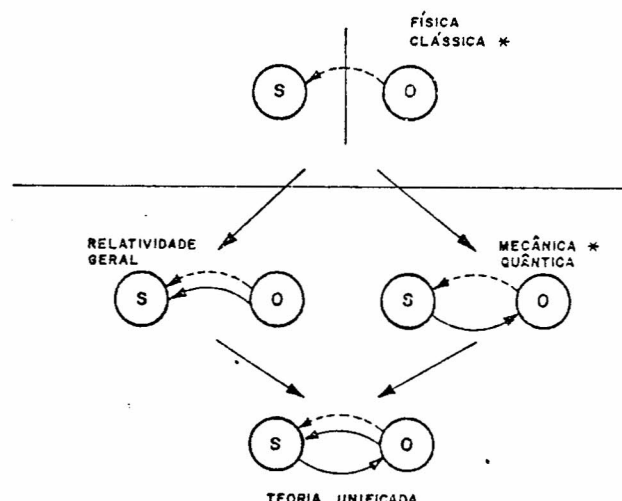
Na física quântica, aí sim, o observador perturba o sistema no ato de lhe extrair informação. É a física do microscópio, pois é nesta escala que o ato de observar perturba significativamente o sistema objeto.

O caso da relatividade geral é um pouco mais complicado, porém, ve

remos, é simétrico ao da física quântica em relação à física clássica. Na relatividade geral a contribuição básica é a correlação estabelecida entre distribuição da matéria e o espaço/tempo, mais propriamente a curvatura do espaço/tempo. Podemos dizer que a distribuição da matéria é correlata à geometria do espaço, especificamente à sua métrica. Se lembrarmos que a espacialidade é uma noção lógica traduzindo, conseqüentemente, uma propriedade do sujeito operatório, podemos concluir que na relatividade geral, a objetividade (materialidade) determina a subjetividade (a espacialidade concreta).

Concluimos pois, que a física quântica e a relatividade geral são dois desdobramentos simétricos da física clássica: a primeira considerando a ação do sujeito sobre o objeto, a segunda, a ação do objeto sobre o sujeito.

Fig. 4.4.2 FÍSICA CLÁSSICA E MODERNA — VERSÃO 2



É fácil agora compreender o que se busca com uma teoria unificada englobando a física quântica e a relatividade geral, ou o que é equivalente com a unificação das forças fracas, eletromagnéticas e fortes com a gravitação; busca-se uma teoria que, simultaneamente, dê conta da ação mútua entre sujeito e objeto a nível do concreto.

## Capítulo **V**

# **O MUNDO SIMBÓLICO**

## SUMÁRIO

V.	O MUNDO SIMBÓLICO .....	221
5.1	- Objetividade Simbólica .....	221
5.1.1	- Objetividade Simbólica Elementar .....	222
5.1.2	- Sistemas Simbólicos .....	223
5.1.3	- O Simbólico Reiterado: Metáfora e Metalinguagem .....	225
5.1.4	- A Dupla Significação .....	226
5.1.5	- Esferas Simbólicas .....	228
5.1.6	- A Esfera Expressiva : A Arte *	
5.2	- Tipologia de Signos e Sistemas Simbólicos .....	230
5.2.1	- Tipologia de Signos e Sistemas Simbólicos por Critérios Lógicos .....	230
5.2.2	- Generalização da Noção de Simbólico ....	232
5.2.3	- Tipologia dos Sistemas Simbólicos .....	234
5.2.4	- As Linguagens Analógicas .....	240
5.3	- Panorama das Ciências do Simbólico *	

V

## O MUNDO SIMBÓLICO

### V - O MUNDO SIMBÓLICO

Seguindo as grandes linhas do capítulo anterior, abordaremos o simbólico em três tempos: inicialmente tentaremos precisar a noção de objetividade simbólica; em seguida, abordaremos a questão da tipologia de símbolos e sistemas simbólicos, e finalizaremos com um breve panorama das ciências do simbólico.

#### 5.1 Objetividade Simbólica

As objetividades simbólicas constituem o terceiro mundo objetivo, além dos mundos lógico e concreto. É importante notar que o simbólico, em geral, não pode ser reduzido a nenhuma das duas classes de objetividades já estudadas. Embora um signo venha a ter um significante concreto e refira-se a algo também concreto, a relação entre ambos não cabe no mundo concreto, pois ela é manifestamente intencional, isto é, posta por um sujeito.

Visto por outro prisma, o simbólico manifesta uma ambigüidade ontológica inquietante: o presente — significante — precisa se ausentar para que o ausente — significado — se apresente? Tal *status* ontológico não se compatibiliza com o mundo concreto.

Para tudo isso, temos que reconhecer um *status* ontológico autônomo para o simbólico.

#### 5.1.1 Objetividade Simbólica Elementar

Para não complicar inicialmente as coisas, vamos nos cingir a uma entidade simbólica bem simples, em que algo concreto (um sinal) simboliza também algo concreto (o referente).

Neste caso, estamos diante de duas entidades concretas e de uma relação entre elas (relação de significação). Para resolver o problema do *status* do simbólico basta caracterizar adequadamente a relação de significação.

Nossa proposição é a de que a relação de significação é, na verdade, uma relação meramente lógica: o significante, logicamente associado ao significado, cria o simbólico.

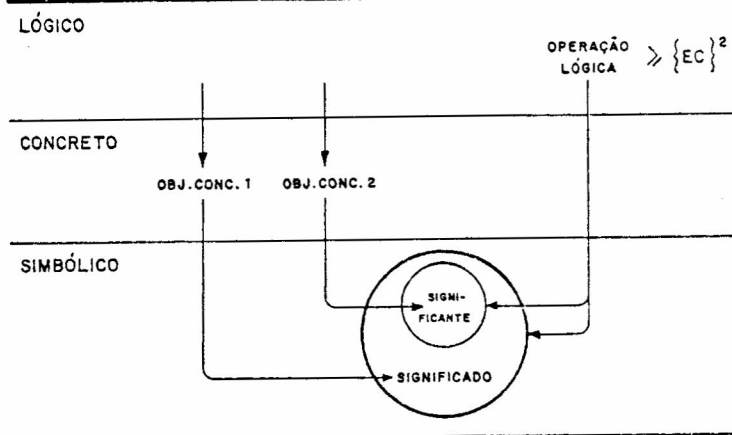
O caso mais simples de simbólico é aquele em que não estamos diante de duas entidades concretas, mas apenas de uma, para a qual possamos identificar ao menos uma parte. Neste caso, o simbólico pode ser constituído tomando-se a parte da objetividade concreta e fazendo-a assumir o papel de significante em relação à objetividade global. Chamamos a este tipo de signo de signo metonímico, aquele em que se toma a parte pelo todo. Aqui também se enquadra a maioria dos processos de constituição de reflexos condicionados.

A operação lógica para constituição do signo metonímico é claramente  $\{EC\}^2$ . Como este é o signo mais elementar, podemos afirmar então que o simbólico elementar é constituído pelo concreto e por uma operação lógica de nível mínimo  $\{EC\}^2$  (Vide Fig. 5.1.1).

Tudo se passa pois como se o simbólico surgisse de uma intervenção seletora e ordenadora do lógico sobre o concreto. Dizemos diferenciadora na medida em que a operação

lógica segrega uma parte da objetividade concreta e, ordenadora, na medida que ao concreto impõe-se uma ordem significativa/significado, que não pode, em geral, ser arbitrariamente comutada.

Fig. 5.1.1 GERAÇÃO DO LÓGICO



Isto que está proposto para o simbólico metonímico pode ser generalizado dizendo-se que o simbólico é constituído, simultaneamente, pelas objetividades lógicas e concretas. Esta conceituação é ainda provisória e será ampliada no item 5.1.3, após considerarmos a noção do sistema simbólico.

### 5.1.2 Sistemas Simbólicos

De modo geral, os signos não aparecem isoladamente, mas sim na forma de sistemas simbólicos constituídos de um conjunto de signos elementares e regras de formação de super-signos, em diferentes graus de complexidade (formações simples, frases e textos)

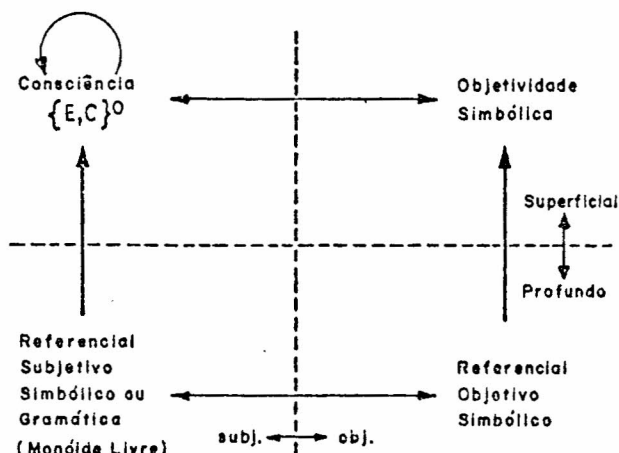
As regras que governam a formação dos super-signos são denominadas regras sintáticas. As relações de significação constituem o aspecto semântico do sistema simbólico, e os aspectos referentes à avaliação do uso prático do sistema constituem a sua pragmática.

Só após termos considerado a noção de sistema simbólico, em que se inclui a noção de gramática, é que poderemos aplicar o esquema epistemológico geral à determinação das objetividades simbólicas.



As objetividades simbólicas são, necessariamente, objetividades para uma consciência operatória ( $\{E,C\}^0$ ); elas também constituem produto operatório de estruturas subjetivas não-aparentes; em outras palavras, são os invariantes para as estruturas operatórias simbólicas. Dada a forma de geração do simbólico a partir do lógico e do con

Fig. 5.1.2 OBJETIVIDADE SIMBÓLICA



creto, a estrutura operatória simbólica não possui a simetria de um grupo. A particularidade da composição (não é um simples produto cartesiano) leva a que a estrutura simbólica perca em simetria e apenas alcance a forma abstrata de um monoide livre. Nos sistemas simbólicos ditos lingüísticos, a estrutura operatória ganha a denominação de gramática. (Vide Fig. 5.1.2)

Por fim, toda objetividade simbólica aparece contra um fundo referencial objetivo, constituído pelo conjunto de todos os signos e super-signos ou formações simples, frases e textos que podem ser formados segundo as regras da gramática. Podemos dar ainda uma expressão formal ao processo de produção das objetividades simbólicas, do seguinte modo:

$$M_S \Psi \rightarrow O_S$$

onde  $M_S$  indica gramática,  $\Psi$  um determinado estado de coisas, e  $O_S$  a objetividade simbólica determinada por  $M_S$  em  $\Psi$ . Equivalentemente, poder-se-ia dizer que  $O_S$  constitui um invariante para  $M_S$ . A expressão operatória  $M_S \Psi = \lambda_S \Psi$  pode ser mantida apenas metaforicamente, pois  $M_S$  não chega a ser um grupo. De qualquer modo, pode-se afirmar que

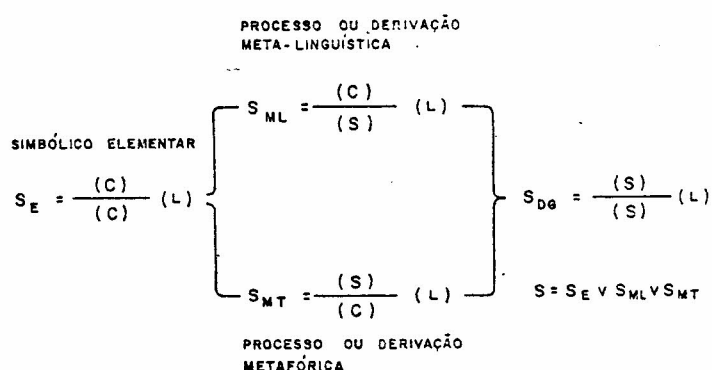
$M_S \Psi = M_S G_C G_L \Psi$ , onde  $G_L$  e  $G_C$  indicam grupos lógicos e concretos, respectivamente.

### 5.1.3 O Simbólico Reiterado: Metáfora e Metalinguagem

Vimos que o simbólico elementar ( $S_E$ ) constitui-se a partir do concreto duplamente considerado, como significante (C) e como referente (C), e do lógico (L), responsável pela relação intencional que os une. (Vide Fig. 5.1.3.a)

Dado o simbólico elementar, podemos gerar novos signos pela aplicação reiterada deste processo. Existem dois processos básicos de derivação dos signos não-elementares. O primeiro processo de derivação de

Fig. 5.13.a OS SÍMBOLOS DERIVADOS

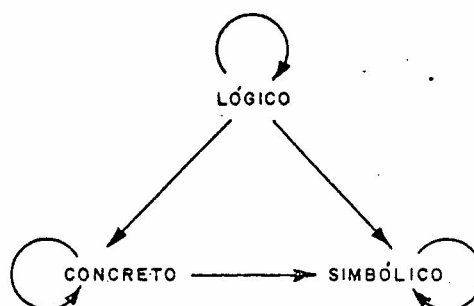


nomina-se metalingüístico, e acontece quando se substitui, na estrutura elementar, o referente concreto por um signo ( $S_{ML}$ ). O segundo processo de derivação denomina-se metafórico: aqui, é o significante concreto que é substituído por um signo ( $S_{MT}$ ).

A conjugação destes dois processos permite a conceituação do signo de derivação geral ( $S_{DG}$ ), onde o significante (S) e/ou referente (S) são constituídos da alternativa  $S_E$  ou  $S_{ML}$  ou  $S_{MT}$ .

Fig. 5.1.3 b O SÍMBOLO

Podemos agora apresentar o esquema geral de articulação entre o lógico, o concreto e o simbólico. (Vide Fig. 5.1.3.b)



A flecha reflexiva referente ao simbólico representa exatamente o processo de derivação geral do simbólico a partir do próprio simbólico.

#### 5.1.4 A Dupla Significação

Faz parte da experiência corrente de todos nós chegar a al gum sentido de um significante sem que nos seja dado o significado extensivo do mesmo (conjunto dos referentes a que o significante se aplica). De modo geral, o sentido ob tido por esta experiência indireta denominamos significado intensivo.

Existem duas vias de acesso ao sentido intensivo, uma lin güística, outra meta-lingüística. Por esta última via, o sentido intensivo do referente é extraído de um conjunto de super-signos, onde ele aparece como um significante en tre outros já conhecidos. No caso ideal, para que não houvesse dúvidas quanto a este sentido, deveríamos examinar a totalidade das expressões onde o referente aparece ou poderia fazê-lo. Na prática, sendo isto quase sempre impossível, contentamo-nos em examinar um conjunto de expressões suficientes para extrairmos um sentido e testá-lo nas no vas expressões que se apresentarem. Se o sentido adiantado ajusta-se às novas expressões, isto indica que chegamos ao sentido intensivo do significante; caso contrário, retifica mos o sentido para que satisfaça nossa experiência ante rior e voltamos a adiantá-lo em situações futuras, e as sim, indefinidamente.

Nos sistemas axiomáticos, o sentido intensivo do signifi cante é dado por um conjunto bem definido de expressões: os axiomas em que o significante ocorre. Na verdade, vale mo-nos subsidiariamente do apoio de um modelo intuitivo funcionando como universo dos referentes a que o sistema axiomático se refere.

Pela via metalingüística, o sentido intensivo pode ser da do de dois modos principais. No primeiro, estabelece-se metalingüisticamente, a equivalência entre o significante

em questão e um outro já conhecido; se a equivalência é válida em geral, temos uma sinonímia perfeita, e se ela é válida apenas em alguma expressão, temos uma sinonímia parcial ou circunstancial.

No segundo modo, o mais interessante, o significado intensivo é dado por um super-signo específico denominado definição. A definição distingue-se da sinonímia pelo fato de a primeira apresentar-se com um caráter manifestante operatório ou construtivo. Em geral, a definição constitui, em essência, uma regra para se construir o referente do significante em questão ou, uma regra para selecionar no universo referencial os referentes correlatos àquele significante. Podemos pensar a definição como um filtro capaz de selecionar ou uma máquina capaz de produzir o significado extensivo. Fixando-nos à metáfora da filtragem, podemos dizer que ela pode ser positiva ou negativa. No caso positivo, a definição estabelece os traços positivos que os elementos do universo referente devem apresentar para passar no filtro; o que passa pertence ao referente do significante em apreço. No caso negativo, caracteriza-se o que o significante não assume; o que resta sem passar no filtro constitui aqui o referente do significante visado.

Neste ponto devemos fazer a seguinte indagação: deve-se permitir que ocorra o próprio significado nas expressões que fixam um significado intensivo? Isto é o que se denomina definição circular.

Pode-se permiti-lo; porém, esta liberdade pode vir a criar sérios problemas, fazendo com que nossa máquina, em determinados casos, jamais chegue ao termo de sua tarefa.

Além das definições sintéticas que vimos considerando até aqui, temos as definições analíticas ou formais: o significado intensivo é fixado a partir da referência a um gênero no qual faz-se incidir uma diferença específica.

Embora sejam diversos os modos de determinação do significado intensivo, podemos generalizar afirmando que o significado intensivo de um significante, pertencente a um sistema simbólico, é um conjunto de super-signos pertencentes ao mesmo sistema simbólico, podendo a correspondência estabelecer-se por via lingüística (implícita) ou por via meta lingüística (explícita).

A partir daqui podemos considerar que o simbólico, em geral, é constituído de um referente e de dois significados, um intensivo e outro extensivo.

#### 5.1.5 Esferas Simbólicas

Por que dois significados? Eles são coincidentes ou não?

A resposta a estas questões não é difícil se atentarmos para o fato de que, na maioria dos casos é impossível adjudicar tanto um quanto o outro significado a um significante. A determinação do significado extensivo de *boi*, a rigor, exigiria que nos fossem apresentados todos os bois existentes, que existirão e já existiram. A determinação do significado intensivo, por seu turno, exigiria que nos fossem apresentadas todas as expressões em que a palavra *boi* pode ocorrer.

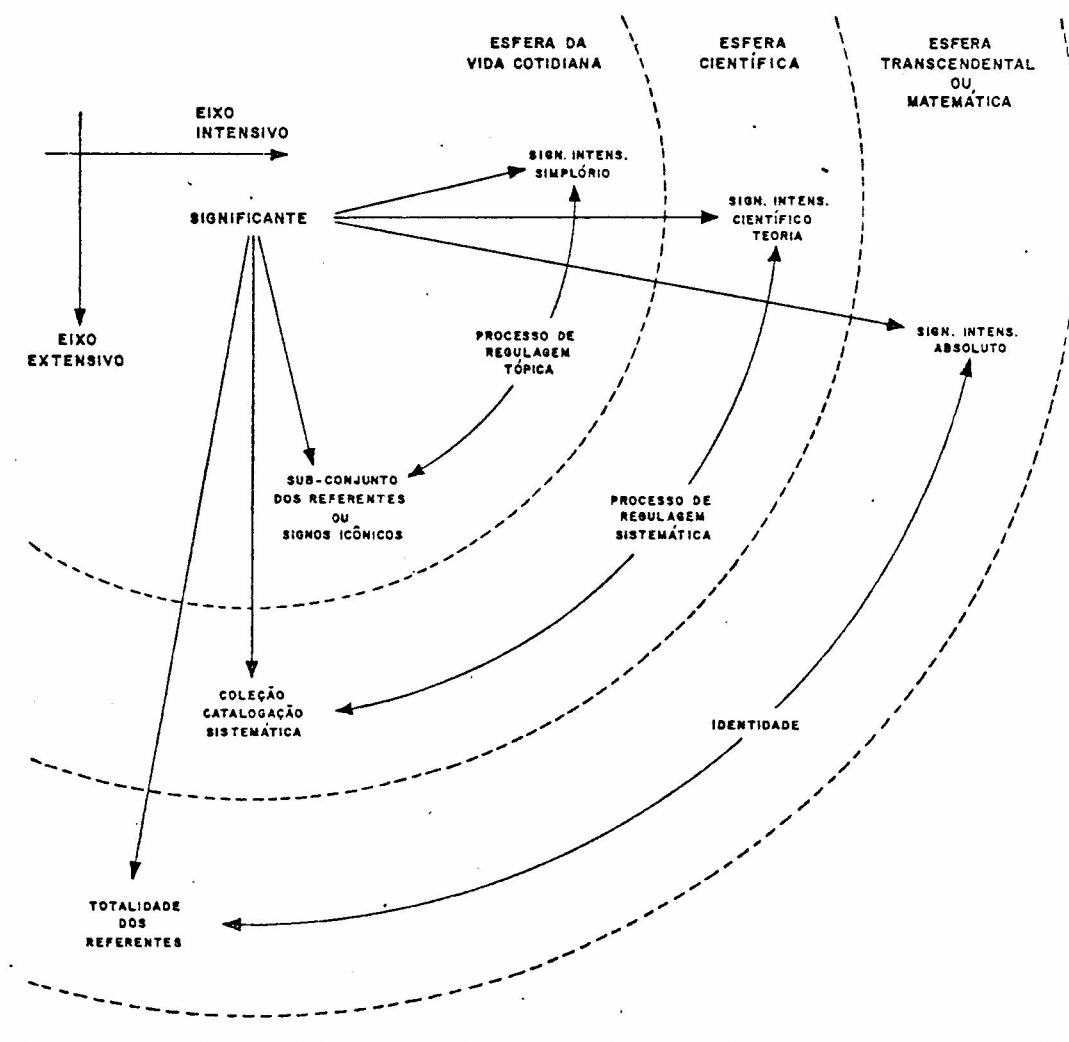
Dadas ambas as impossibilidades, o único meio de fixar o sentido é o da dupla amarração, simultaneamente extensiva e intensiva. O significado extensivo manifesta-se pelo uso que governa a feitura dos dicionários (intensivo) e o dicionário, por seu turno, governa o uso das palavras; assim, estabelece-se o processo de regulação do sentido. Obviamente, este processo de regulação não é perfeito e podem surgir eventuais descompassos entre o uso e o que prescrevem os dicionários. Veja-se por exemplo, a história da palavra *infernal*.

Há diferentes modos de regulação que determinam, aproximadamente, três esferas de significação: a esfera da vida co

tidiana, a esfera científica e a esfera transcendental ou matemática.

Na primeira esfera, o significado intensivo é fixado de modo simplório, como por exemplo: homem = bípede implume. O significado extensivo é dado por um sub-conjunto sumário de referentes ou até por uma representação icônica (desenho, fotografia, etc.). A regulação, neste caso é apenas local ou tópica (Vide Fig. 5.1.5).

Fig.5.1.5 ESFERAS DE SIGNIFICAÇÃO



Já na esfera científica, o significado intensivo é dado por um tratado ou por uma teoria, e o extensivo, por uma exemplificação exaustiva (por exemplo, coleção de insetos). Neste caso temos um processo de regulação sistemática.

Por fim, na esfera transcendental ou matemática, busca-se, utopicamente, substituir a regulação pela identidade. Sendo manifestamente impossível reunir a totalidade dos referentes (omni-presença), resta refugiarmo-nos na matemática buscando a fixação de uma significação intensiva absoluta, o que, em última instância, é também uma impossibilidade, mas que comporta graus progressivos de aperfeiçoamento.

## 5.2 Tipologia de Signos e Sistemas Simbólicos

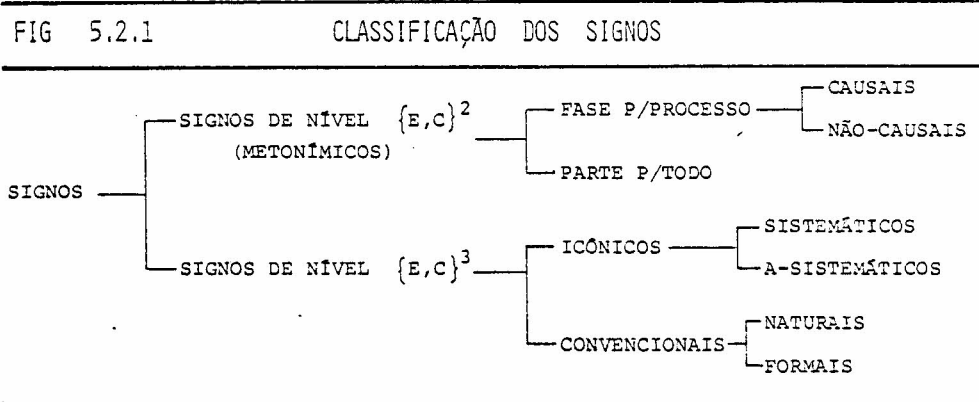
Abordaremos inicialmente aqui a questão de classificação dos signos por critérios lógicos, seguindo-se uma generalização da noção de objetividade simbólica, para finalizarmos com uma classificação geral dos sistemas simbólicos, que, ao mesmo tempo, constitui uma hierarquização dos mesmos.

### 5.2.1 Tipologia de Signos e Sistemas Simbólicos por Critérios Lógicos

Dada a precedência do lógico relativamente ao simbólico é natural que busquemos uma classificação dos signos e dos sistemas simbólicos a partir de critérios lógicos. De certo modo, pode ser considerada como um sigma metonímico particular em que toma-se o próprio todo pelo todo.

No caso dos signos, propomos que o critério primeiro de classificação seja o nível lógico da relação de significação. Temos aqui duas possibilidades: signos de nível  $\{E, C\}^2$  e signos de nível  $\{E, C\}^3$ . Os signos de nível  $\{E, C\}^2$  são aqueles em que o significante é parte do significado extensivo ou referente, e que, portanto, para sua consecução, mobilizam a operação de recorte de recorte. Tratando-se de parte pelo todo podemos denominar estes signos de metonímicos. O todo aqui pode ser processo, e, fre

quentemente, a relação de significação é estabelecida por motivação causal. Note-se que não estamos considerando a causa como significante para o efeito, mas sim, para o processo como um todo ou seqüência causa-efeito. O todo pode também ser uma totalidade espacial, coisa ou sistema, em que uma das partes é tomada como significante para o todo. (Vide Fig. 5.2.1).



Os demais signos são de nível  $\{E,C\}^3$ , a relação de significação mobilizando aqui três recortes: um para segregar o significante, outro para segregar o referente, e, finalmente, o terceiro para reuni-los numa totalidade.

Quando existe a motivação de semelhança estrutural entre significante e referente, dizemos que o signo é icônico, podendo este ser a-sistemático (caricatura, por exemplo) e sistemático (esquemas de circuitos elétricos). Os restantes signos, em face da gratuidade da relação significativa estabelecida, são denominados convencionais (a quase totalidade das palavras do Português, por exemplo, excluindo-se as palavras onomatopaicas).

Quanto aos sistemas simbólicos, sua classificação pode derivar diretamente da própria classificação dos signos que eles contêm. Entretanto, aqui é importante introduzir também o critério lógico, a nível semântico. A classificação basear-se-ia na ocorrência ou não de signos para os elementos de  $\{E,C\}^4$ , isto é, para os conectivos lógicos, particularmente para a implicação.



Os sistemas que contêm signos para  $\{E, C\}^4$  são denominados dedutivos, e os que não os têm são ditos não-dedutivos (por exemplo, o conjunto dos sinais de trânsito). Os sistemas simbólicos dedutivos podem ser divididos em duas sub-classes: a primeira, dos quase-dedutivos, em que há ocorrências do signo de implicação, porém o sistema mantém-se só aproximadamente dedutivo; a segunda, dos sistemas axiomáticos-dedutivos, cujas características o próprio nome indica. Como exemplo para as duas variedades acima, temos respectivamente as linguagens naturais e a aritmética formalizada.

### 5.2.2 Generalização da Noção de Simbólico

Se o simbólico pressupõe o lógico e o concreto, vale dizer, ele é a mais complexa das três grandes variedades ontológicas, poder-se-ão formalmente considerar as variedades do lógico e do concreto como sub-variedades empobrecidas do simbólico. Em suma, pode-se pensar em definir o lógico e o concreto como espécies do gênero simbólico. Para fazê-lo, devemos encontrar uma resposta para a seguinte pergunta: que restrições devemos impor ao simbólico para fazer dele um concreto? Pergunta similar deve também ser feita com respeito ao lógico.

Como é sabido, o simbólico, genericamente, é constituído de três elementos: o significante, o significado extensivo ou referente e o significado intensivo. De modo geral, estes três elementos diferem entre si. Propomos aqui definir o concreto como o simbólico, em que se faz coincidir o significado extensivo e o significante; em outras palavras, o concreto seria o simbólico em que a coisa (significante) está no lugar da própria coisa (significado extensivo). O uso do concreto como simbólico não é nada extraordinário, sendo bem mais corriqueiro do que se possa supor à primeira vista. Pense-se, a título de ilustração, em orações do tipo *você quer...?*, onde as reticências são preenchidas pela própria exibição de determinado objeto, um maço

de cigarros, por exemplo. Todos compreendem: *você quer cigarro?* Vê-se, pois, que a conceituação proposta é perfeitamente inteligível e natural.

O significado intensivo, não obstante, não coincide aqui com o significado extensivo; este último, sabemos-lo, constitui o conjunto de todas as relações que o significante mantém com os demais significantes do sistema simbólico a que pertence. No caso, dada a coincidência do significante e do significado extensivo, o significado intensivo do simbólico-concreto é o conjunto das relações que o objeto mantém e/ou pode manter com todos os outros objetos do mundo concreto, que, por definição, constituem o universo referencial ao qual o objeto pertence. As leis que governam estas relações atuais e possíveis são as próprias leis da física, química, biologia, etc., e que equivalem aqui à noção de gramática relativamente às objetividades lingüísticas. Note-se que a diferença entre significado extensivo e intensivo se dá porque o objeto concreto está sempre incluído num espaço (espaço físico) sem, contudo, preenchê-lo totalmente. Este espaço é justamente o espaço de suas possibilidades de deslocamento e de interação com os demais objetos do mundo.

A idéia de que as objetividades concretas podem ser consideradas como simbólicas empobrecidas vale também para as objetividades lógicas relativamente às concretas. Deste modo, as restrições que devem ser impostas ao simbólico para caracterizá-lo como lógico devem incluir a restrição que se faz ao simbólico para fazer dele um concreto.

Assim, podemos desde já dizer que o lógico é um simbólico para o qual necessariamente, (mas não suficientemente), o significante coincide com o significado extensivo. Obviamente, temos que adicionar uma nova restrição, ou seja, para o lógico, significado extensivo e intensivo também coincidem.

A justificativa disto encontra-se no fato de a objetividade lógica estar num espaço referencial que a contém impropriamente, isto é, que a objetividade lógica preenche a totalidade de seu espaço referencial. Em verdade, cada objetividade lógica constitui uma permutação de posições num espaço fechado e plenamente ocupado. Por exemplo, o conjunto das objetividades lógicas para  $\{EC\}^2$  (constituído de todo, algum, nenhum e algum-não) define um espaço de quatro pontes e o preenche integralmente.

Assim sendo, não há lugar para um significado intensivo diferente do próprio significado extensivo. A fig. 5.2.2 resume as características das objetividades lógicas e concretas consideradas como variedades das objetividades simbólicas.

---

Fig. 5.2.2. O CONCRETO E O LÓGICO COMO SIMBÓLICOS

---

SIMBÓLICO (PROP. DITO) OU SIMBÓLICO, NÍVEL 2	→	SIGNIFICANTE	≠	SIGNIFICADO EXTENSIVO DO REFERENTE	≠	SIGNIFICADO INTENSIVO
CONCRETO OU SIMBÓLICO, NÍVEL 1	→	SIGNIFICANTE	=	SIGNIFICADO EXTENSIVO DO REFERENTE	≠	SIGNIFICADO INTENSIVO
LÓGICO OU SIMBÓLICO, NÍVEL 0	→	SIGNIFICANTE	=	SIGNIFICADO EXTENSIVO DO REFERENTE	=	SIGNIFICADO INTENSIVO

---

A partir daqui designaremos as objetividades lógicas como simbólico nível zero ou apenas simbólico (0). O concreto será denominado simbólico nível um ou simbólico (1), de modo que ao propriamente simbólico serão reservados o nível dois e superiores.

### 5.2.3 Tipologia dos Sistemas Simbólicos

A partir da generalização feita no item precedente, podemos considerar uma nova tipologia dos sistemas simbólicos. Como ficou estabelecido, o lógico será considerado como simbólico nível zero e o concreto como simbólico nível um.

A estes níveis simbólicos irão corresponder tipos de linguagem específicos.

No nível lógico, a linguagem como "langue" ou gramática corresponderão as leis de concatenação das operações lôgicas, e a linguagem como "parole" ou "fala ou discurso" corresponderá qualquer produto lógico daquelas operações.

No nível concreto, a gramática corresponderão as leis da natureza que governam determinados objetos significantes, e a "fala ou discurso" qualquer processo de interação física destes objetos.

O simbólico propriamente dito, e respectiva linguagem, começa com o nível dois onde, pela primeira vez, poder-se-á, com propriedade, identificar a noção de código. Neste primeiro nível restringimo-nos aos códigos finitos, que permitem estabeleça-se uma correspondência biunívoca entre o universo de significantes simples e complexos e o universo referente, vale dizer, que seja fixada uma perfeita correspondência entre significados extensivos e intensivos de um referente. As linguagens que se restringem a este tipo de código não têm possibilidades conotativas, e sua semântica esgota-se na sua própria sintaxe. É o caso, por exemplo, da representação fonética da linguagem oral e do código Morse.

O nível seguinte, simbólico nível 3, caracteriza-se por uma superabundância do universo referente vís-ã-vís o universo de significantes simples e complexos. O código, em última instância, é aberto, isto é, não-limitado. Nestas condições, a semântica cobra sua plena autonomia; aí surgem as inesgotáveis possibilidades conotativas da linguagem e o espaço para sua evolução histórica. Significado intensivo e referente mantêm-se em correspondência aproximada por artes de uma dialética do uso e da norma (dicionário).

O simbólico nível 4 é tal que, em que pese a limitação do universo referente, permanece uma correspondência necessária (não-regulada) entre referente e significado extensivo. Nestas circunstâncias teríamos um código infinito e fechado. A matemática já almejou tais culminâncias que, entretanto, lhe estão vedadas pelos teoremas de Gödel. A linguagem simbólica nível 4 é uma prerrogativa de Deus: seria a linguagem da própria criação, do saber e poder infinito.

A propósito, também a linguagem nível 0 (zero) é uma prerrogativa divina, havendo aí somente comunicação por Graça, pois estamos diante de algo mais imperturbável que a interação simbólica (dialogal) e que a interação física propriamente dita. O pronunciar-se a este nível é necessariamente o comunicar-se, mantendo-se em perfeita união; é um desdobrar-se por amor, livremente. Na terminologia cristã é o mesmo que afirmar que os homens (como seres conscientes) são feitos à semelhança do próprio Deus. A recíproca não é verdadeira, e o homem pode negar tanto a Deus como não reconhecer seu semelhante, porém isto manter-se-á indefinidamente como uma possibilidade sua inerentemente necessária. (Vide Fig. 5.2.3.a)

Para o que nos interessa, cingiremo-nos nos itens seguintes ao exame apenas do nível simbólico 3, onde encontraremos as linguagens naturais e todas as linguagens formais (ou matemáticas) que, pelo que afirmamos anteriormente, almejam o nível 4 mas dele se aproximam apenas assintoticamente, o que, a rigor, quer dizer que mantêm-se ainda como uma das principais variantes do nível 3.

As linguagens convencionais de nível três, por serem de tal nível, de forma implícita ou explícita, têm um universo referente infinito, e por serem convencionais têm seus símbolos primitivos constituídos por um significante arbitriante conectado ao seu referente correlato. É o caso

Fig. 5.2.3.a

## NÍVEL SIMBÓLICO E AS LINGUAGENS

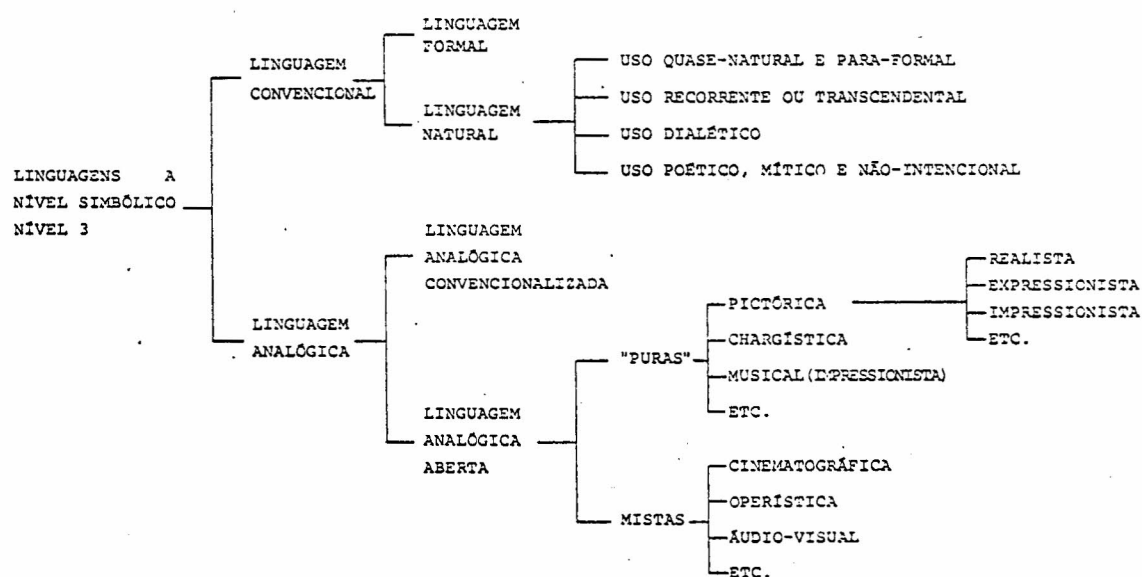
NÍVEL SIMBÓLICO	CÓDIGO	EXEMPLOS
SIMBÓLICO NÍVEL 4	CÓDIGO FECHADO INFINITO	LINGUAGEM DIVINA DA CRIAÇÃO
SIMBÓLICO NÍVEL 3	CÓDIGO ABERTO	LINGUAGEM NATURAL, LINGUAGEM FORMAL, LINGUAGEM ANALÓGICAS
SIMBÓLICO NÍVEL 2	CÓDIGO FINITO	ESCRITA FONÉTICA, CÓDIGO MORSE LINGUAGEM MUSICAL (NÃO-IMPRESSIONISTA)
SIMBÓLICO NÍVEL 1 OU CONCRETO	SEM CÓDIGO	LINGUAGEM PICTÓRICA (CONCRETA)
SIMBÓLICO NÍVEL 0 OU LÓGICO	SEM CÓDIGO	LINGUAGEM DIVINA DA CONSTITUIÇÃO A SEMELHANÇA

das totalidades das linguagens naturais orais e das linguagens naturais escritas modernas, como o Português, por exemplo. Inclua-se aqui também as linguagens matemáticas infinitas, como, por exemplo, aritmética. Assim, aqui está sendo pressuposto (e acreditamo-lo corretamente) que as matemáticas têm referentes, que são os invariantes para  $\{EC\}^3$ , ou seja, conjuntos.

As linguagens formais, que possuem símbolos para os conectivos lógicos, e suas metalinguagens que também os têm, são consideradas sistemas dedutivos. As linguagens naturais modernas também incluem tal espécie de símbolos, porém, por não constituírem sistemas axiomáticos livres de ambiguidades e contradições manifestas (fora do uso auto referencial), podem ser denominadas quase-dedutivas, vale dizer, com seus recursos e com os devidos cuidados pode-se proceder a deduções com razoável grau prático de segurança.

O forte das linguagens formais é, obviamente, a baixa ambiguidade e a plena deduzibilidade e, seu fraco, a rigidez, incapazes que são de aperfeiçoamentos ou evolução histórica. Com as linguagens naturais ocorre exatamente o oposto: seu forte é a historicidade e a plasticidade e, seu fraco, a precaridade das deduções. Justamente por estas características opostas, podem ser consideradas como complementares em seu uso.

Fig. 5.2.3.b TIPOLOGIA DOS SISTEMAS SIMBÓLICOS



Podemos distinguir nas linguagens naturais diversos usos, que as modificam diferentemente, de tal modo que poderíamos falar mesmo de sub-espécies lingüísticas. Vamos comentar sete usos principais da linguagem natural reunidos em quatro grandes grupos (Ver fig. 5.2.3.b). O primeiro grupo é constituído dos usos quase-natural e para-formal. O uso quase-natural é o uso da linguagem natural conforme o uso corrente, apenas com as evitações tópicas ou circunstanciais de ambiguidades e contradições dos termos principais do discurso. No uso para-formal, previamente procu

ra-se re-definir termos de modo a escoimar as possibilidades de ambiguidade e contradição, aproximando assim a linguagem natural de uma linguagem formal. Esse é um caso frequente nas ciências, por si, ou como fase preparatória a um processo de formalização matemática. Neste caso o processo de precisão dos termos e relações, em grande parte assenta num protocolo de natureza operacional (empírico/extensivo). Seu uso é frequente também na filosofia, porém o processo de precisão é de natureza preponderantemente especulativa (racional/intensivo). Caso extremo é o dos positivistas lógicos, que reduzem o saber filosófico apenas a este procedimento profilático. Há filósofos, pelo contrário, que pouca ou nenhuma fé põem neste tipo de procedimento e preferem ater-se o mais possível ao uso corrente da linguagem (Austin, por exemplo) ou se evadem para outros usos (uso poético, como, por exemplo, o último Heidegger).

O segundo grupo consiste apenas no uso recorrente ou auto-referencial. Aqui, o sentido é totalmente intencional, circunscrito por uma referência do discurso ao próprio discurso. É linguagem de uso preponderantemente filosófico, em especial, nos filósofos transcendentais.

Por uso dialético, constituindo por si o terceiro grupo, entendemos o uso da linguagem corrente assumindo-se, como sua possibilidade inerente, a contradição, fazendo dela um uso intencional e superando-a através de um processo reiterado de negações que pressupostamente convergeria para o próprio desvelamento da verdade. Se este procedimento atém-se ao plano lingüístico, temos o exemplo do discurso dialético (dialogal) platônico; se se pressupõe que o discurso reflete uma realidade por si também dialética, temos o exemplo do discurso dialético hegeliano.

Por fim, temos o grupo que compreende os usos poético, mítico e, ainda, o não-intencional ou discurso do louco. No caso do uso poético, a rees



truturação da linguagem corrente circunscreve-se aos limites de um determinado texto (o poema). Assim, tanto pode-se especificar tópicos e momentaneamente um significado, como fazer superpor uma pluralidade de significados, exacerbando assim as contradições e ambigüidades da linguagem corrente em proveito da expressividade. Aqui valem todos os recursos, e, de certo modo, pode-se dizer que este uso engloba todos os demais (veja-se por exemplo, Fernando Pessoa).

Todos os usos até aqui considerados são, ao menos parcialmente, intencionais, de modo que resta-nos ainda uma alternativa a examinar: a manifestação não-intencional que, de certo modo, transforma a linguagem natural corrente. É a linguagem do inconsciente, seja no mito, seja na doença mental, no sonho e pretensamente na poesia surrealista.

#### 5.2.4 As Linguagens Analógicas

Os signos analógicos são denominados genericamente de ícones e se caracterizam pelo fato de o significante guardar uma certa homologia ou semelhança estrutural com o seu referente. Podemos aqui distinguir dois grandes grupos de linguagens utilizando signos analógicos: as linguagens analógicas convencionalizadas e as linguagens analógicas abertas (Vide Fig. 5.2.3.b).

As linguagens analógicas convencionalizadas são as linguagens gráficas desenvolvidas pela técnica para representar seus objetos existentes ou em projeto. É a linguagem das plantas arquitetônicas, dos circuitos elétricos, dos fluxogramas, e tantas outras. Só modernamente começa a ser mais extensamente utilizadas nas ciências do homem: sociogramas de K. Lewin, as estruturas lingüísticas, as estruturas de parentesco em antropologia. De modo geral, seu uso é complementado pelo recurso a linguagens convencionais: utilização de palavras e números sobrepostos aos diagramas.

As linguagens analógicas abertas não possuem um código nem uma sintaxe explicitamente estabelecidos, embora, um esti

lo social ou pessoal acabe, ainda que *a posteriori*, estabelecendo uma espécie de código tácito. Este tipo de linguagem é preponderantemente expressivo e propício à criatividade intuitiva e seu uso é preponderantemente artístico.

Podemos ainda distinguir neste grupo dois grandes subgrupos: as linguagens analógicas "puras" e as linguagens analógicas mistas, resultantes do uso sobreposto de diversas linguagens "puras". Como exemplo do primeiro subgrupo, podemos citar a linguagem pictórica, com todas suas variantes estilísticas: o realismo, o impressionismo, o expressionismo, o grafismo, e tantas outras. A linguagem chargista enquadrada neste subgrupo, é de uso eminentemente crítico. A linguagem musical impressionista de Ravel e Debussy também seria um exemplo de linguagem que estamos considerando.

As linguagens mistas ficam especificadas por determinado tipo de arte: linguagem cinematográfica, audio-visual, operística são alguns dos exemplos que poderíamos citar.

É importante observar que estamos caracterizando as linguagens apenas pelo tipo de símbolo, sem considerarmos a dimensão sintática; se o fizéssemos, isto sem dúvida complicaria bastante o quadro apresentado.

Apenas para ilustrar, podemos citar como exemplo a poesia concreta, que faz uso de símbolos convencionais, mas apela para uma sintaxe eminentemente analógica, e a música do período clássico, em que os símbolos são concretos e a sintaxe é tipicamente convencional. Estes dois exemplos são bastante interessantes, na medida em que no primeiro caso a combinação tende a empobrecer a expressividade e, no segundo, tende exatamente a elevá-la à culminância.

Consideremos agora a questão estratégica em linguagem. Uma estratégia expressiva depende de uma prévia avaliação das partes fracas e fortes de cada uma das alternativas expressivas.

A vantagem da convencionalidade é o baixo grau de ambigüidade para o grupo que dela participa; em contrapartida, é praticamente inacessível aos out-grupos. Exatamente pela convencionalidade – quase sempre explícita ou explicitável – torna-se uma linguagem mais facilmente transmissível e objetivamente apreensível. A linguagem analógica tem exatamente as virtudes e as limitações inversas.

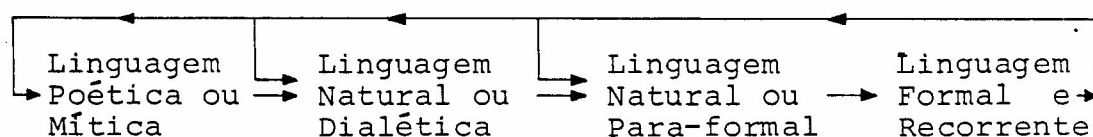
A diferença marcante entre as linguagens convencionais formais e naturais reside na plasticidade e na possibilidade evolutivas das últimas em relação às primeiras. O forte das primeiras é o alto nível de confiabilidade dedutiva, a economia léxica e sintática, o que não ocorre no mesmo grau em relação às linguagens naturais.

Quanto aos usos da linguagem natural, o uso para-formal aproxima-a das virtudes e defeitos das linguagens formais, enquanto que os usos dialéticos e poéticos aproximam-na das linguagens analógicas e, conseqüentemente, fá-las sofrer de suas mesmas vicissitudes.

A conclusão geral é a de que a linguagem perfeita não está ao alcance do homem: seria a linguagem de nível 4, como as severamos anteriormente. Assim, impõe-se uma estratégia lingüística – função do território em estudo das circunstâncias, do estágio de evolução da determinação dos objetos e, não menos importante, como função dos objetivos comunicativos visados.

De modo geral podemos indicar uma seqüência expressiva principal, em grande parte confirmada pela história do saber científico, conforme ilustra a figura 5.2.4.

Fig. 5.2.4 SEQUÊNCIA USUAL DAS LINGUAGENS



De modo geral, que idéia ou descoberta deixou de ser ante cipada pelo poeta-visionário e não foi, em seguida, preci sada em termos de linguagem natural e depois objeto de um tratamento mais cuidadoso e formalizante nesta mesma lin guagem? E por fim, quantas vezes não terminou expresso em termos de modelo matemático?

Como nada formalizado restou imutável ou veio a ser criti cado, teve-se sempre que voltar à linguagem natural ou tor nar-se objeto de uma especificação, em termos dialéticos, pa ra depois ser novamente formalizado.

Obviamente esta não é uma seqüência rígida, e os elos de retorno podem ligar quaisquer dos momentos desta seqüên cia.

Muito provavelmente toda a seqüência é acompanhada do uso de linguagens analógicas, mais freqüentemente do que teste munham os textos que vêm a público, mas comprovado pelos inúmeros esboços e esquemas encontrados posteriormente nos baús dos grandes cientistas e pensadores e, certamente, muito mais poderia ser encontrado em suas lixeiras.

Existe um pressuposto nestas últimas considerações que é importante explicitar: é que o objetivo expressivo é sem pre formalizar. Isto, entretanto, só é válido para o que denominamos saber científico, para o qual esta seqüência expressiva é mais ou menos seguida. Tratando-se de um sa ber histórico ou filosófico, a seqüência pode ser diferen te, como veremos no capítulo dedicado às estratégias espe cíficas, e o que é mais importante, o "fim da linha" pode também ser diferente de uma linguagem formal, como ocorre no caso já citado de Heidegger e de Hegel.

Uma distinção também importante diz respeito à estratégia constitutiva e a estratégia didática. Neste último caso, a linguagem em que se deve começar a expressar um saber é aquela mais acessível ao destinatário e, freqüentemente, o uso simultâneo de duas ou mais linguagens facilita enormemente o aprendizado.

Capítulo **VIII**

**CONVERGÊNCIAS  
E CONFRONTAÇÕES**

## S U M Á R I O

### VIII. CONVERGÊNCIAS E CONFRONTAÇÕES

- 8.1 - A Teoria das Objetividades e o Sistema Nervoso Central\*
  - 8.1.1 - A Evolução e Estrutura do Sistema Nervoso Central\*
  - 8.1.2 - Paralelismo Onto e Filo-Genético\*
  - 8.1.3 - Revisão das Noções de Sistema Aberto e Fechado\*
  - 8.1.4 - A Etologia Animal e a Teoria das Objetividades\*
- 8.2 - A Teoria das Objetividades e as Ciências do Homem\*
  - 8.2.1 - A Teoria das Objetividades e a Psicologia Profunda\*
  - 8.2.2 - A Teoria das Objetividades e a Antropologia Estrutural\*
  - 8.2.3 - A Teoria das Objetividades e a Epistemologia Genética\*
- 8.3 - A Teoria das Objetividades e a Filosofia..... 244
  - 8.3.1 - A Teoria das Objetividades e a Filosofia Grega..... 244
    - 8.3.1.1 - Quadro Referencial..... 244
    - 8.3.1.2 - O Ser como Ser-Lógico..... 246
      - a. Anaximandro..... 247
      - b. A Escola Eleata..... 251
    - 8.3.1.3 - O Ser como Ser-Concreto..... 253
      - a. Heráclito..... 253
      - b. Variantes Monistas e Pluralistas..... 256
    - 8.3.1.4 - O Ser como Ser-Simbólico..... 264
    - 8.3.1.5 - O Ser como Ser-Matemático..... 267
    - 8.3.1.6 - Conclusão..... 269

8.3.2 - A Teoria das Objetividades e a Filosofia  
Medieval\*

8.3.3 - A Teoria das Objetividades e a Filosofia  
Moderna\*

BIBLIOGRAFIA..... 271

### 8.3 A Teoria das Objetividades e a Filosofia

Abordaremos a relação entre a Filosofia e a Teoria das Objetividades em três tempos, acompanhando a já tradicional periodização da história da filosofia Grega, Cristã e Moderna.

#### 8.3.1 A Teoria das Objetividades e a Filosofia Grega

O pensamento grego levanta a seu modo a questão da realidade e busca-lhe uma resposta. O vivido como tal, conflituado e cambiante, "é o que é" ou na verdade "não o é", apenas parece? Em tão só colocar a questão, inaugura a filosofia.

Sabemos que os gregos, insistentes e exigentes, deram uma pletora de respostas aparentemente divergentes a essa indagação, respostas que a tradição filosófica, a partir do século passado, vem valorando e esmiuçando sem cessar. Não temos notícia, entretanto, que se tenha devidamente aprofundado na questão de quão longe foi a filosofia grega em seu conjunto. Esta é a questão que pretendemos aqui abordar; sua resposta exige previamente que proponhamos um quadro referencial para as respostas de cada um dos filosófos gregos, e, em segundo lugar, que nesse referencial situemos as respostas, constatando, ou não, os vazios deixados. Se estes existirem, teremos que buscar uma justificação; se, pelo contrário, não houver, deveremos considerar as conseqüências que isto representou para o próprio ímpeto especulativo helênico.

##### 8.3.1.1 Quadro Referencial

Quanto ao quadro referencial, tomamos, por hipótese, a própria estrutura das objetividades (vide item 2.7 do capítulo II). A realidade, enquanto realidade objetiva, comporta três grandes variedades: o ser lógico, o ser-concreto e o ser simbólico.

Pode-se ainda considerar, independentemente, uma quarta ca



tegoria, as objetividades matemáticas, que mantêm uma relativa ambigüidade com respeito ao lógico e ao simbólico.

As objetividades guardam entre si relações bem determinadas, que poderíamos denominar de precedência lógica, porém, este termo, no presente contexto, geraria alguma confusão, daí optarmos pelos termos precedência constitutiva ou arquitetural.

O lógico não depende dos demais, depende apenas de si. O concreto tem um certo grau de autonomia mas é dependente do lógico. Nada pode haver de concreto - espaço temporal - que não tenha uma ou mais determinações lógicas. Ser-aí, ser um, ter partes, ser um conjunto, todas estas são de terminações de natureza lógica. Em terceiro lugar, temos o simbólico, dependente do lógico e do concreto, no entanto, guardando também certo grau de autonomia por sua capacidade de geração reiterada, seja pela via metafórica, seja pela via meta-lingüística.

Não é possível o simbólico sem que seu significante tenha uma determinação concreta. Além disso, toda concatenação signifi-  
ficante/significado só pode ser intencional e logicamente realizada.

Estas relações estão graficamente representadas na Figura

8.3.1.1.a, onde as flechas retas

indicam a dependência e, as curvas, a autonomia do lógico ou a autonomia relativa do concreto e do simbólico.

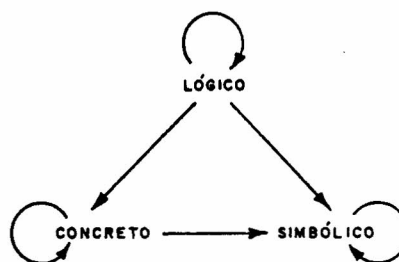
As objetividades matemáticas poderão ser deixadas implícitas no simbólico ou ter uma representação destacada especial, mostrando sua dependência do lógico e do simbólico (Ver Fig. 8.3.1.1.b).

Deve-se observar, entretanto, que o termo dependência não

---

**Fig.8.3.1.1.a AS OBJETIVIDADES BÁSICAS**

---



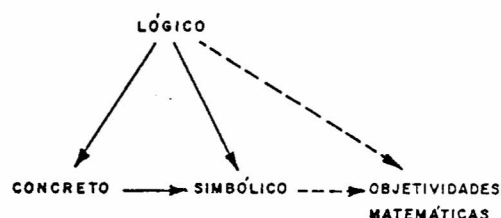
tem aqui o mesmo significado que aquele empregado anteriormente. A dependência da matemática em relação ao lógico é apenas analógica, de intenção, e a dependência em relação ao simbólico é de inclusão.

Obviamente todas as objetividades comportam subcategorias, que, explicitadas, contribuiriam para aumentar o grau de credibilidade desta tipologia básica; entretanto, dada a complexidade do assunto e a impossibilidade de, agora, justificá-las com maior rigor, remetemos, mais uma vez, o leitor ao item 2.7 do Capítulo II.

---

**Fig.8.3.1.1.b AS OBJETIVIDADES MATEMÁTICAS**

---



Finalizando, acreditamos que o mapa das objetividades possa ser o quadro referencial suficiente para organizar todas as alternativas com que a filosofia grega pensou a realidade.

#### 8.3.1.2 O Ser como Ser-lógico

Preliminarmente devemos registrar que todas as citações deste subitem referentes aos filósofos Pré-Socráticos, provêm de "Os Filósofos Pré-Socráticos". Introdução e Notas de G.A. Borheim [3]. O tradutor respeita a numeração adotada em "Die Fragment der Vorsokratika" - Herman Diels e W. Kraus. Acrescentemos ainda que a usual discriminação dos filósofos gregos em pré e pós socráticos será ignorada, o que posteriormente torna-se-á claramente justificado.

Os candidatos a preencher a posição lógica são Anaximandro e os filósofos da Escola Eleata.

## a. Anaximandro

Anaximandro - milésio, companheiro ou discípulo de Tales, o primeiro a nos deixar um registro textual - dá-nos uma primeira indicação do que deva ser procurado: a realidade é princípio (arqué). Como tal, ela é o profundo (que é necessário explicitar por sob aparência); ela é uno e simples (malgrado a multiplicidade fenomênica aparente); por fim, ela é princípio de si mesma (por um imperativo lôgico, pois, caso contrário, não a teríamos verdadeiramente encontrado). Esta atitude, em face do vivido, é uma das características marcantes de todo o pensamento helênico - talvez com uma simples e discutível exceção em Heráclito - e que foi herdada pelo Ocidente, em especial pelo pensamento científico moderno.

De Anaximandro ficou apenas o seguinte fragmento:

- 1- Todas as coisas se dissipam do ilimitado (*to apeiron*) onde tiveram a sua gênese, conforme a culpabilidade, pois pagam umas às outras castigo e expiação pela injustiça, conforme a determinação do tempo.

Sua autenticidade, pela maioria, é assegurada a partir da palavra "conforme" e por alguns como Heidegger [6], só apenas até a palavra "injustiça". A frase completa foi reconstituída a partir da doxografia proveniente de Aristóteles, Teofrasto e Simplício.

A questão, no que nos interessa, gira em torno do sentido de *to apeiron* (o ilimitado ou o indeterminado). Não resta muita dúvida sobre o que poderíamos denominar seu *status* ontológico quando comparado às quatro tradicionais substâncias primordiais: a terra, a água, o ar e o fogo. A questão é debatida por J. Burnet [4], Zeller [12], apoiando-se em prévia interpretação de Nietzsche, e ainda por Kirk e Reven [8]; todos acordam que jamais *to apeiron* poderia ser compreendido como uma mistura daquelas substâncias ou como quinta substância intermediária.

Para mais convenceremo-nos, citemos a doxografia proveniente de Simplício:

- 1- Entre os que defendem um único princípio imóvel e ilimitado Anaximandro, filho de Praxíades de Mileto, discípulo e sucessor de Tales, diz que o ilimitado é o princípio e elemento das coisas, tendo sido o primeiro a empregar a palavra princípio. Afirma que é, não a água ou algum dos outros as sim chamados elementos, mas uma outra natureza diferente, ilimitada, da qual seriam formados todos os céus, e os cosmos naqueles contidos. 'Todas as coisas se dissipam onde tiveram a sua gênese, conforme a culpabilidade pois pagam uma às outras castigo e expiação pela injustiça, conforme a de terminação do tempo'. É evidente que Anaximandro ao observar a transformação recíproca dos quatro elementos, não quis tomar um destes como substrato, mas um outro diferente. (Simpl., Phys. 24,13).
- 8- Anaximandro não explica a gênese pela mudança do elemento primordial, mas pela separação dos contrários em consequência do movimento eterno. (Simpl., Phys. 24, 13).

A exclusão daquela hipótese, pois, afasta-nos de uma caracterização concreta de *to apeiron*, entretanto, isto não é o bastante.

É necessário enfrentar uma outra questão interpretativa um pouco mais delicada: refere-se à caracterização espacial de *to apeiron*, ainda que espacialmente indeterminado. Caso admitamos que esta caracterização espacial esteja lá pre sente, estaríamos, em princípio, impedidos de classificar a solução de Anaximandro como especificamente lógica.

Os comentadores citados consideram que esta caracterização espacial está realmente presente, atestada pelo uso da pa lavra em textos que lhe são contemporâneos. Podemos deter mo-nos aqui? Pensamos que ainda não.

Neste ponto vale a pena apelar para Heidegger que, em Sen das Perdidas [7], se lança num profundo trabalho hermenêu tico, começando por radicalizar ainda mais a questão. Ao in vês de atacar diretamente o problema da tradução do frag mento, põe a questão, de que realmente fala a sentença de

Anaximandro. Heidegger conclui que aí fala-se de "ta onta", do "todo do múltiplo existente", do "estar-presente do que propriamente está presente". Vejamos, com mais detalhes o que nos diz Heidegger:

Así,  $\ddot{\text{O}}\text{v}$  dice 'existente' en ex sentido de ser um existente; pero  $\ddot{\text{O}}\text{v}$  designa al mismo tiempo um existente que es. En el doble aspecto de la significación participial de  $\ddot{\text{O}}\text{v}$  se esconde la diferencia entre 'existente' y 'lo existente'. Lo que, así expuesto, parece al principio una sutileza de la gramática, es en realidad el enigma del ser. El participio  $\ddot{\text{O}}\text{v}$  es la palabra para lo que en metafísica aparece como transcendência transcendental y transcendente.

...Pero  $\acute{\text{E}}\ddot{\text{O}}\text{v}$ , 'existente', no solo es el singular del participio  $\acute{\text{E}}\ddot{\text{O}}\text{v}\zeta\alpha$  'lo existente' sino que  $\acute{\text{E}}\ddot{\text{O}}\text{v}$  designa lo simplemente singular, que en su singular es únicamente el único uno unificador antes de todo número.

Vamos deixar assinalado, para voltarmos ao assunto mais adiante, a observação (contida no primeiro trecho) de que, no  $\acute{\text{E}}\ddot{\text{O}}\text{v}$  do  $\acute{\text{E}}\ddot{\text{O}}\text{v}\zeta\alpha$ , se esconde a diferença entre "existente" e "o existente", que, alhures, Heidegger denominará diferença ontológica.

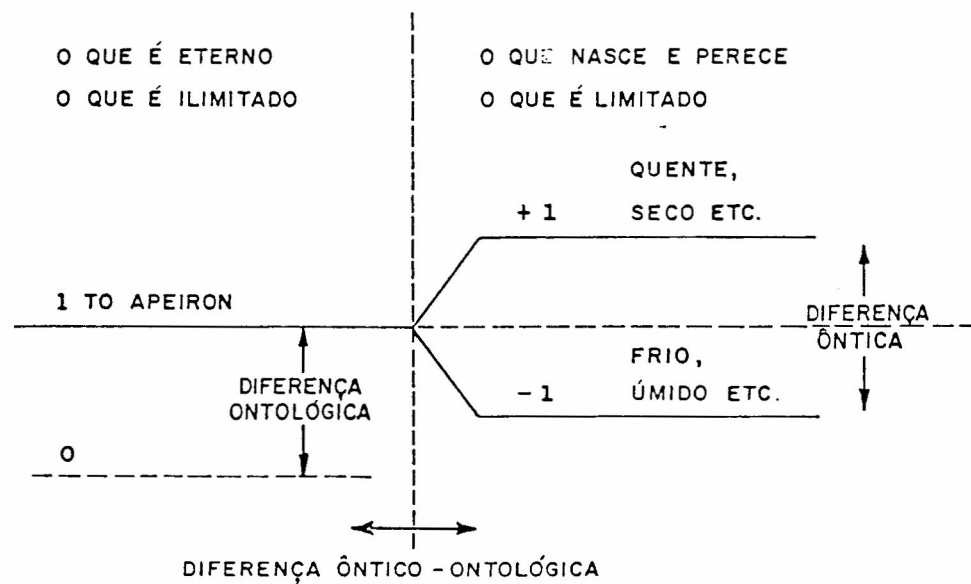
O mais importante, entretanto, é que Heidegger nos dá su<sup>u</sup>ficiente razões para considerar que a referência espacial implícita de *to apeiron* é incidental, que se anula no ato de sua qualificação como ilimitado e indiferenciado, e, mais ainda, por sua oposição aos pares opostos que dele emergem e nele se diluem; ele é o "que em sua singularidade é o único uno unificador antes de todo número", em suma, é o ser.

Para melhor abordarmos o problema, iremos nos valer aqui das alternativas expressivas operatórias, que estão detalhadamente explanadas no subitem 2.1.2 do capítulo II.

Toda objetividade (ser-objetivo) é, necessariamente, o invariante para determinadas operações do sujeito; estas operações podem ser representadas, matematicamente, por um

grupo de transformações. As operações lógicas fundamentais do sujeito são a consciência, responsável por sua auto-identidade (formalmente representada pelo grupo constituído apenas pelo operador identidade,  $\{E\}$ ) e a analiticidade, responsável por sua capacidade de segregar ou atentar para (formalmente representado pelo único grupo de dois elementos,  $\{E,C\}$ ). Todas as demais operações lógicas do sujeito são derivadas destas. Recorrendo à linguagem da lógica de circuitos, poderíamos dizer que tais derivações nada mais são do que produtos em série, e/ou paralelo, do grupo  $\{E,C\}$  e, ainda, realimentação de cada um destes, através do grupo  $\{E\}$ . Temos, pois, que a mais elementar das operações lógicas é  $\{E\}$ , e é dela que lançaremos mão para esclarecer o que venha a ser *to apeiron*. Este se caracteriza, justamente como o eigen-valor 1 do grupo operatório  $\{E\}$ , que se opõe ao valor zero, que não o pode limitar, que é apenas o "nada lógico". A ele se opõem, noutra dimensão, os pares de opostos, que se limitam entre si, e que só podem surgir como eigen-valores +1 e -1 referentes ao grupo operatório  $\{E,C\}$ .

FIG. 8.3.1.2 O ESQUEMA DE ANAXIMANDRO



Na figura 8.3.1.2, a linha cheia horizontal à esquerda representa *to apeiron*, e as duas linhas cheias à direita os pares de opostos que dele emergem e nele se diluem.

A oposição  $+1/-1$ , à direita, indica a diferença ôntica, e a oposição  $1/0$ , à esquerda, indica a diferença ontológica. A linha vertical pontilhada, por sua vez, ilustra a diferença das diferenças, a diferença ôntico/ontológica. As diferenças  $1/-1$  e  $1/+1$  caracterizam exatamente a diferença entre "o existente" e "existente", a que alude Heidegger.

Em síntese, identificando *to apeiron* como o eigen-valor 1 do operador lógico {E}, podemos concluir que Anaximandro foi o primeiro filósofo grego a caracterizar a realidade, que vale a pena pensar como o ser-lógico.

#### b. A Escola Eleata

Para a escola eleata - Parmênides, Zenão, Melisso e outros de menor expressão, a diversidade fenomenal é considerada pura ilusão. Para eles, a realidade é o ser uno, infinito, homogêneo e eterno, para o qual toda predicação bipolar não passa de uma mentira de nossos sentidos. Entretanto, para quem souber ver e escutar, revelam-se nelas "uma presença que merece ser recebida", revela-nos Parmênides.

Tomemos um fragmento de Parmênides {3}, o mais expressivo para o que nos interessa aqui:

2- E agora vou falar; e tu, escuta as minhas pala  
vras e guarda-as bem, pois vou dizer-te dos úni  
cos caminhos de investigação concebíveis. O  
primeiro (diz) que (o ser) é e que o não ser  
não é; este é o caminho da convicção, pois con  
duz à verdade. O segundo, que não é, é, e que o  
'não-ser', é necessário; esta via, digo-te é  
imperscrutável; pois não podes conhecer aquilo  
que não é - isto é impossível -, nem expressá-  
lo em palavra.

e suplementemo-lo com um trecho da doxografia de Melisso:

- 3- Melisso... também excitava a admiração de seus concidadãos por suas virtudes particulares. Em suas teorias dizia que o universo é ilimitado, imóvel, imutável, semelhante a si mesmo, uno e pleno. O movimento não existe, não é mais do que aparência. Dos deuses, dizia que não se deve dar explicação definitiva. Pois não se os pode conhecer (Diog. IX, 24).

Concentremo-nos na expressão que, no dizer de Parmênides, conduz-nos à verdade de "que o ser é e o não-ser não é".

Uma aparente trivialidade; entretanto, a que se podia aplicá-la? Espantoso! a quase nada. O que não é isto ou aquilo, em geral, é, é não-isto e não-aquilo: o que não é azul, por certo será vermelho ou verde ou de qualquer outra cor; se não for quente, será morno, frio, gélido, e assim por diante. Se bem repararmos, esta estrutura fraseológica tem uma única aplicação: o ser enquanto tal. A afirmação de Parmênides é fundamentalmente ilógica, se tomarmos lógico como lógico-formal. Entretanto, ela é rigorosamente pré-lógico-formal; com propriedade, poderíamos dizer que ela é lógico-transcendental. Valendo-nos uma vez mais do formalismo operatório, concluiríamos: o ser que é, é associado ao eigen-valor 1 e a ele se "opõe" verdadeiramente nada (o zero), que não é. O ser de Parmênides é o eigen-valor 1 de {E}; logo, o ser fica caracterizado clara e objetivamente como ser-lógico.

A aparentemente aberrante conclusão de que o "movimento não existe" é absolutamente segura e óbvia, se aplicada ao ser que está apenas no tempo (tempo lógico ou temporalidade) e é anterior até mesmo ao espaço lógico (+1, -1), condição necessária a toda troca de lugar, conseqüentemente, do movimento.

Pode-se estar contra o juízo de valor implícito na posição eleata, porém jamais no que se refere às suas afirmações lógico-transcendentais.

A afirmação de Parmênides de que "... pensar e ser é o mesmo" também não está muito longe do irrefutável: se pensar



é reduzido ao necessário do pensar, isto é, ser consciente, e considerarmos o ser como ser-frente-ao-nada, a afirmação reduz-se tão simplesmente à  $\{E\} \sim \{1,0\}$ .

### 8.3.1.3 O Ser como Ser-concreto

Antes de tratarmos dos filósofos que se prendem a uma concepção concreta da realidade, é necessário enfrentarmos um dos mais profundos e controversos pensadores pré-socráticos: Heráclito de Éfeso.

#### a. Heráclito

Os fragmentos abaixo selecionados nos dão uma idéia panorâmica da doutrina do filósofo sobre o assunto em tela:

- 72- Sobre o Logos, com o qual estão em constante relação (e que governa todas as coisas), estão em desacordo, e as coisas que encontram todos os dias lhe parecem estranhas.
- 115- À alma pertence o Logos, que se aumenta a si próprio.
- 102- Para Deus tudo é belo e bom e justo, os homens, contudo, julgam umas coisas injustas e outras justas.
- 41- Só uma coisa é sábia: conhecer o pensamento que governa tudo através de tudo.
- 113- O pensamento é comum a todos.
- 78- O espírito do homem não tem conhecimento, mas o divino tem.
- 107- Maus testemunhos para os homens são os olhos e os ouvidos, quando suas almas são bárbaras.
- 112- O bem pensar é a mais alta virtude; e a sabedoria consiste em dizer a verdade e em agir conforme a natureza, ouvindo a sua voz.
- 89- Para aqueles que estão em estado de vigília, há um mundo único e comum.

- 8- Tudo se faz por contrastes, da luta de contrários nasce a mais bela harmonia.
- 90- O fogo se transforma em todas as coisas e todas as coisas se transformam em fogo, assim como se trocam as mercadorias por ouro e ouro por mercadoria.
- 49a- Descemos e não descemos nos mesmos rios; somos e não somos.

Caso seguissemos Heidegger em Introdução à Metafísica [5], teríamos que enquadrar o ser de Heráclito como ser-lógico. Heidegger afirma que Parmênides e Heráclito compartilham a mesma posição contrariando frontalmente a opinião da tradição, que a seu juízo deriva da falsificação do pensamento de Heráclito feita pelo cristianismo. Diz ainda que esta falsificação chegou ao ponto de iludir Nietzsche, um dos pensadores que compreendeu mais profundamente a aurora da existência grega. Nietzsche é portanto quem fixa na modernidade a oposição Parmênides/Heráclito. Heidegger reconhece a existência de um processo de afastamento realidade/pensamento, porém, atribui a responsabilidade disto a Platão e não a Heráclito.

Não podemos concordar com Heidegger, e dizemos mesmo que não se chega a Platão sem passar por Heráclito. É, na verdade, com este que começa o aludido processo de afastamento. A razão fundamental de nosso posicionamento parte de que não se pode identificar o *logos* eleata com o *logos* heraclítico. O *logos* de Parmênides, copertinente à realidade (*physis*), como foi mostrado no item anterior, é um *logos* transcendental implícito na famosa passagem "...o ser é e o não-ser não é". Já o *logos* de Heráclito é um *logos* evidentemente dialético, conforme se depreende dos fragmentos 102, 8 e 49a.

A unidade do todo, em Heráclito, passa antes pelo conflito, pela separação, o que não ocorre com o todo de Parmênides, que é primeiro, tal como o *to apeiron* de Anaximandro.

dro: ele é prêvio a toda separação. De outro lado, pelas características da *physis* de Heráclito, não podemos identificá-la como ser puramente lógico: o sujeito da eterna transformação é o mundo espaço-temporal, em nossa terminologia, o mundo concreto.

A rigor, em Heráclito, temos uma verdadeira dialética da natureza (fragmentos 112 e 49a), muito próxima do marxismo, particularmente do pensamento de Engels, filiação esta, aliás, reconhecida por todos os marxistas.

Pode-se concluir, pois, que o *logos* de Heráclito, rejeita e transpõe os limites do *logos* transcendental de Parmênides, e abre o caminho que nos levará até Platão e posteriormente a Hegel e aos marxistas.

Para decidirmos sobre o enquadramento de Heráclito, poderíamos tomar por realidade o fogo. Neste caso, não poderíamos dizer que para ele a realidade é de natureza lógica, como foi o caso de *to apeiron* de Parmênides. Muitos contestariam, não a conclusão, mas a premissa: seria o caso por exemplo de Heidegger [5], que optaria por considerar, como realidade última, não o fogo, mas aquilo que se define como o copertinente ao *Logos* heraclitiano. Mas se esse *logos* não é o *logos* de Parmênides, não lhe copertence o ser (*physis*) dos eleatas. Que é então o ser para Heráclito? Ainda que admitamos que o fogo é aí uma metáfora, é certo que seu referente não é de natureza puramente lógica. Nestas circunstâncias, vamos preferir manter Heráclito em nosso mapa referencial, assinalando-lhe, entretanto, uma posição toda especial. Justificamo-nos de fazê-lo assim pelo fato que o confronto de sua posição com a irretorquível posição de Parmênides constitui a base para o entendimento das demais posições dos que lhes sucederam.

A valorização do movimento em Heráclito é chamamento para a busca de alternativas concretas (e não meramente lógicas), para ocupar a posição de princípio.

Todos os filósofos que sucederam a Parmênides tiveram que haver-se com o aparente conflito entre ele e seu antecessor, Heráclito. Isto não exclui, entretanto, que filósofos anteriores ou contemporâneos, de modo próprio, tivessem enfrentado a mesma problemática, daí porque, no que se segue, faremos caso omissa da cronologia. Para todos eles, a aceitação da "realidade" fenomênica obriga-lhes à conciliação com as postulações eleáticas. Em apoio a estas observações podemos invocar, por exemplo, o testemunho de Léon Robin [10] em *La Pensée Hellénique des Origines à Épiqueure* (pg. 70), a propósito do atomismo de Leucipo.

*Assim Leucipo tentou conciliar a experiência com a lógica. Ao eleatismo (Parmênides) ele concedeu que é lógico sustentar que, no ser verdadeiro, não pode haver vazio, isto é, lacunas, e que sem o vazio, o movimento é inconcebível.*

A rigor, esta observação pode se estender aos demais filósofos pré-socráticos, que a seguir trataremos.

#### b. Variantes Monistas e Pluralistas

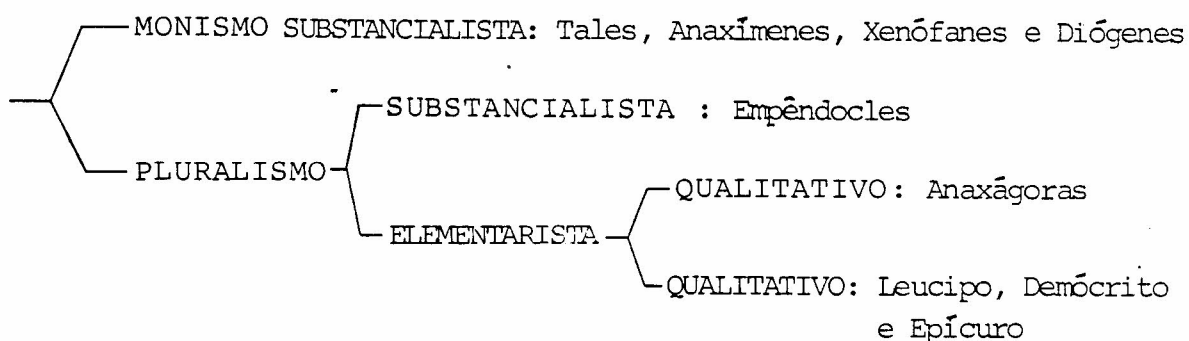
O ser, como ser-concreto, encontrou um grande número de defensores dentre os quais destacamos Tales, Anaxímenes, Xenôfanes, Diógenes, Empêdocles, Anaxágoras e os atomistas Leucipo, Demócrito e Epícuro.

As alternativas suscitadas podem ser classificadas em três grandes grupos: monismo substancialista, pluralismo substancialista e pluralismo elementarista, este último subdividido em elementarismo qualitativo e quantitativo (Vide fig. 8.3.1.3.a).

---

FIG. 8.3.1.3.a ALTERNATIVAS PARA O SER-CONCRETO

---



Sob a rubrica de monismo substancialista enfeixamos todos os filósofos pré-socráticos que optaram por explicar a diversidade a partir de uma única substância fenomênica. Em consequência, paralelamente, tiveram que conceber um processo de condensação/des-condensação para justificar a diversidade e a transformação das coisas do mundo.

Todos, à exceção de Diógenes de Apolônia, vêm-se compelidos a estabelecer, concomitantemente com a substância original, uma fonte de movimento para provocar as alterações que levam à modificação e à diversidade.

Tales toma a água como elemento fundamental e anima-a pelo movimento divino, proporcionando assim o surgimento da diversidade. Dele não há registros textuais, o que nos obriga a recorrer apenas à doxografia:

- 3- A maior parte dos filósofos antigos concebia somente princípios materiais como origem de todas as coisas (...) Tales, o criador de semelhante filosofia, diz que a água é o princípio de todas as coisas (por esta razão afirma também que a terra repousa sobre a água). (Arist., Metaph., I, 3).

Anaxímenes toma o ar como elemento fundamental único. Ele faz referência explícita a um "sopro", que seria responsável pelo movimento que engendraria as alterações de densidade, provocando, em consequência, o aparecimento da diversidade. Os dois fragmentos abaixo, extraídos de sua doxografia, são suficientemente claros e concisos na caracterização de sua doutrina sobre o ser:

- 1- Anaxímenes de Mileto, filho de Euristrato, considerou o ar como princípio das coisas, todas as coisas dele provêm e todas as coisas nele se dissipam. *Como nossa alma, que é ar, nos governa e sustém, assim também o sopro e o ar abraçam todo o cosmos* (Aet. I, 3 e 4).
- 2- Anaxímenes, companheiro de Anaximandro, afirma, como este, uma única matéria ilimitada como substrato; não indeterminada como Anaximandro, mas determinada, chamando-a de ar: diferencia-se pela rarefação ou pela condensação segundo a substância (Simpl., Phys., 24,26).

Xenôfanes segue o mesmo modelo, apenas instituindo a terra como fundamento e movimentando-a pela ação de Deus. Do fundador da escola eleata basta que citeamos um pequeno fragmento:

27- Pois tudo sai da terra e tudo volta à terra.

e um pequeno excerto doxográfico:

- 3- Xenôfanes, o fundador da escola eleata, afirmava a unidade do Todo, de forma esférica e limitada, não engendrada, eterna e imóvel (Theod., IV, 5, in Actius).

Por fim, ainda na corrente monista, temos Diôgenes de Apolônia, que, tal Anaxímenes, toma o ar como elemento primordial. Dele destacamos o fragmento de número dois:

- 2- A minha maneira de ver, para tudo resumir, é que todas as coisas são diferenciações de uma mesma coisa e são a mesma coisa. E isto é evidente. Porque se as coisas que são agora neste mundo - terra, água, ar e fogo, e as outras coisas que se manifestam neste mundo -, se alguma destas coisas fosse diferente em sua natureza própria, e se não permanecesse a mesma coisa em suas muitas mudanças e diferenciações, então não poderiam as coisas, de nenhuma maneira, misturar-se umas às outras, nem fazer bem ou mal umas às outras, nem a planta brotar da terra, nem um animal ou qualquer outra coisa vir à existência, se todas as coisas não fossem compostas de modo a serem as mesmas. Todas as coisas nascem, através de diferenciações, de uma mesma coisa, ora em uma forma, ora em outra, retornando sempre à mesma coisa.

e ainda o seguinte extrato doxográfico:

- 1- Estas eram as teorias de Diôgenes de Apolônia: Há um elemento, o ar, mundos ilimitados e um vazio ilimitado. Segundo sua maior ou menor densidade, o ar gera os mundos. Nada sai do nada e nada volta ao nada. A terra é esférica, situada no centro do mundo. Tomou sua massa do círculo de calor que a cerca, e a sua solidez do frio (Diog. Laert. IX, 57).

Consideremos agora as alternativas pluralistas. Podemos aqui distinguir duas variantes: a primeira, que denominaremos substancialista e a segunda, que chamaremos elementa

rista. O pluralismo substancialista toma por origem da variedade das coisas não uma só substância fenomênica, mas um conjunto básico de substâncias não-criadas constituído de água, terra, fogo e ar. A pluralidade de substâncias básicas leva a que se troque o par condensação/des-condensação como princípio explicativo da variedade por um princípio de composição/dissociação. O representante maior desta alternativa entre os pré-socráticos é Empêdocles de Agrigento. Para este, o processo de composição/dissociação é dinamizado não por uma força, como na quase totalidade dos monistas, mas por um par de forças opostas, denominados amor e ódio. Os fragmentos abaixo nos dão uma idéia sumária do pensamento de Empêdocles.

- 8- Ainda outra coisa te direi. Não há nascimento para nenhuma das coisas mortais, como não há fim na morte funesta, mas somente composição e dissociação dos elementos compostos: nascimento não é mais do que um nome usado pelos homens.
- 17- Duas coisas quero dizer; às vezes, do múltiplo cresce o uno para um único ser; outras, ao contrário, divide-se o uno na multiplicidade. Dupla é a gênese das coisas mortais, duplo também seu desaparecimento. Pois uma gera e destrói a união de todos (elementos); a outra, (apenas) surgida, se dissipa quando aqueles (os elementos) se separam. E esta constante mudança jamais cessa: às vezes todas as coisas unem-se pelo amor, outras, separam-se novamente (os elementos) na discórdia do Ódio. Como a unidade aprendeu a nascer do múltiplo e, pela sua separação, constituir-se novamente em múltiplo, assim geram-se as coisas e a vida não lhes é imutável; na medida, contudo, em que a sua constante mudança não encontra termo, subsistem eternamente imóveis durante o ciclo.

Escuta as minhas palavras! Pois o estudo te fortalece o entendimento. Como já disse antes, ao expor o objetivo de minha doutrina, duas coisas quero anunciar. Às vezes do múltiplo cresce o uno para um único ser; outras, ao contrário, divide-se o uno na multiplicidade: fogo e água e terra e do ar a infinita altura; e separando deles, ódio funesto, igualmente forte em toda parte, e o Amor entre eles, igual em comprimento e largura.

Na outra variante do pluralismo, que intitulamos de elementarista, como dissemos, podem-se distinguir duas sub-va

riantes básicas: o elementarismo qualitativo e o elementarismo quantitativo ou atomismo.

O elementarismo qualitativo, pluralista que é, admite uma infinidade de elementos denominados homeomerias. Estas preenchem todo espaço em misturas diferenciadas, que explicam a diversidade das coisas e a possibilidade de transformarem-se umas nas outras, indiferentemente. As homeomerias podem ser divididas indefinidamente, conservando sua qualidade. Desta forma, em toda coisa há uma porção de cada uma das outras coisas, e, conseqüentemente, não há na realidade, nem morte nem nascimento. O dinamismo das transformações é atribuído à existência de forças que produzem a velocidade, vale dizer, o ritmo das transformações das coisas.

O principal representante desta corrente é Anaxágoras de Clazomena, do qual destacamos os seguintes fragmentos:

- 3- No que é pequeno não há um último grau de pequenez, mas sempre um menor; pois é impossível que o que é cesse de ser pela divisão. Mas também no grande há sempre um maior; e é igual em quantidade ao pequeno; em si mesma, cada coisa é grande e pequena.
- 6- E como há partes iguais do grande e do pequeno, todas as coisas podem conter todas as coisas. Também não podem estar separadas, pois todas as coisas participam, de todas as coisas. Não sendo possível o último grau de pequenez, não se podem separar, nem serem por si mesmas; também agora, como no início, devem estar todas juntas. E em todas as coisas muitas coisas estão contidas, e as coisas separadas existem em quantidade igual tanto nas maiores como nas menores.
- 9- (...) Como estas coisas giram e são separadas pela força e pela velocidade. E a força produz a velocidade. A sua velocidade, contudo, não se compara à velocidade de nenhuma das coisas que existem agora entre os homens, pois é muito mais rápida.

Da doxografia destacamos apenas o excerto cinco, devido a Aristóteles:



- 5- Os físicos que admitem um número ilimitado de elementos, como Anaxágoras e Demócrito, o primeiro com as homeomerias e o segundo com a mistura de toda classe de sementes das figuras, admitem a existência do ilimitado, do qual fazem um contínuo por contato. E (Anaxágoras) pretende que toda parte é uma mistura como o todo, baseando-se no fato experimental de que as coisas vêm de outras coisas, indiferentemente. (Arist., Phys. 3, 4, 203a).

Sobre a posição de Anaxágoras relativamente aos atomistas, cuja caracterização trataremos adiante, vale a pena referirmo-nos ao comentário de Robin (loc. cit. p.68), que interpreta a posição de Anaxágoras como uma espécie de atomismo qualitativo:

*Il s'ensuit que le débat entre les partisans de la divisibilité finie et ceux de la divisibilité infinie ne s'est pas limité, dans l'Antiquité grecque, au seul problème de la divisibilité du corps physique, objet possible, sinon réel, d'une perception sensible: ceux qu'on est convenu d'appeler 'les Atomistes' n'ont pas nié en effet que l'étendue fût divisible à l'infini en tant précisément qu'étendue géométrique; et d'autres en revanche, auxquels on ne donne pas ce nom, assignent un terme à la divisibilité de cette étendue elle-même (cf. la dernière partie de cet article). D'autre part, à côté de ce double atomisme de la quantité, peut-être y aurait-il lieu de faire place à un atomisme de la qualité: Anaxagore, aux yeux de qui la matière est divisible à l'infini, affirme par contre l'irréductibilité absolue, non pas seulement des qualités comme chaud et froid, mais des espèces de choses, comme du sang ou de l'herbe.*

É difícil concordar com esta interpretação de Robin, não propriamente pelo fato de Anaxágoras admitir a divisibilidade infinita das homeomerias mas sim, pelo fato de este processo manter integralmente nas partes as mesmas qualidades encontradas no todo; é justamente aí que se encontra a originalidade e, portanto, a diferença essencial do atomismo em relação às demais soluções, incluindo-se Anaxágoras, com a exclusão dos pitagóricos e dos "lógicos", Anaximandro e Parmênides.

Por fim chegamos à variante elementarista quantitativa do pluralismo ou, tão simplesmente, ao atomismo. Para maior

esclarecimento enviamos o leitor novamente a Robin (loc. cit. cap. II).

Não existe dúvida hoje da excelência da solução atomista, em especial pela síntese que promove entre as determinações lógicas de Parmênides, o formalismo pitagórico e a intuição fenomênica.

Diz-nos Demócrito (juntamente com Leucipo e posteriormente Epícuro constituem os principais representantes do atomismo):

125- (Demócrito, após exprimir a sua desconfiança nas impressões dos sentidos na seguinte frase:) conforme a convenção dos homens existem a cor, o doce, o amargo; em verdade, contudo, só existem os átomos e o vazio; (deixa falar os sentidos contra a razão:) Pobre razão! De nós tomaste argumentos e com eles queres nos derrubar. A vitória será tua desgraça.

156- O nada existe tanto quanto o "alguma coisa".

Podemos assim resumir as principais contribuições do atomismo:

1º) A aceitação da realidade do "ser" e do "não-ser", interpretando-os como substância (ser) e "vazio" (não-ser), dando possibilidade do ser vir a ser no "espaço" do "não-ser".

2º) Considerou os elementos como essencialmente distintos das coisas compostas, apresentando apenas aspectos formais: forma do elemento, ordem dos elementos (Epícuro adiciona o peso para animá-las de movimento).

Enfocando o conjunto das alternativas concretas, podemos considerar a solução atomista como uma espécie de síntese dos aspectos positivos das demais alternativas, que podemos assim sumariar:

a) aceitação de determinação lógica do ser dos entes como uno, imutável, eterno, proposta por Parmênides, porém, rejeitando sua infinitude. Instaura-se o conceito da matéria correlata ao espaço (vazio), condição lógica da

própria possibilidade das transformações e

- b) aceitação do ponto de vista pitagórico, que abordaremos adiante, de redução do fenomênico qualitativo ao quantitativo, melhor dir-se-ia, ao formal e, conseqüentemente, adoção do ponto de vista de que a qualidade é arranjo particular "dos mesmos". E mais, que os próprios "elementos" do arranjo caracterizam-se não por sua qualidade irreduzível, mas sim, pela sua forma geométrica.

Este formalismo dos elementos e das coisas é a ponte entre o ser e o pensar, condição de possibilidade da própria inteligibilidade do mundo.

Dois pontos, entretanto, não são totalmente compreendidos e superados pelos atomistas. O primeiro, refere-se à superação da problemática eleática. De fato, as amputações feitas ao "ser" de Parmênides lhe são fatais: a rigor, os atomistas deslocam o problema da perspectiva onto-lógica para uma perspectiva concreta, espaço-temporal; em outras palavras, deslocam o problema para o plano ôntico e, com felicidade, chegam à instauração do conceito de materialidade *vis-à-vis* a espacialidade. Apesar disso, a problemática onto-lógica, posta por Parmênides, mantém-se de pé.

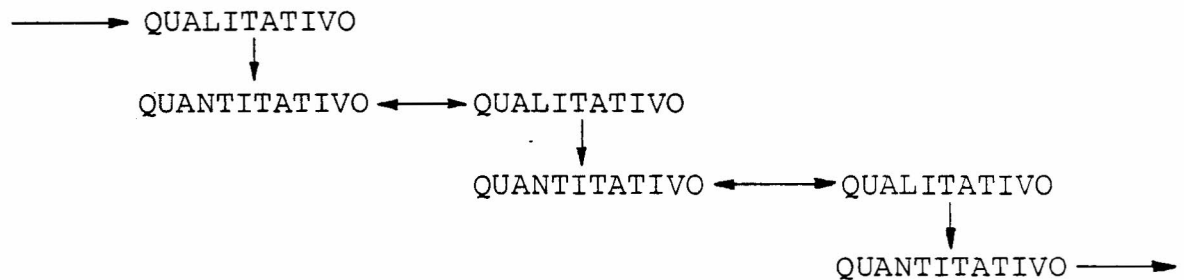
O segundo aspecto não superado é o da divisibilidade das coisas. A manutenção da qualidade no processo de redução da diversidade fenomênica em Anaxágoras, deixa a porta aberta a uma divisibilidade ilimitada das homeomerias; a firma-se mesmo a sua divisibilidade infinita.

A solução atomista, reduzindo a qualidade à quantidade, sem mais, obriga a estancar o processo de divisibilidade: o átomo é indivisível. Faltou aos atomistas admitir uma dualidade da quantidade/qualidade para permitir que o processo da divisão pudesse ser reiteradamente aplicado, e superar a posição dogmática da indivisibilidade do átomo (Vide Fig. 8.3.1.3.b).

---

 FIGURA 8.3.1.3.b DUALIDADE QUALIDADE/QUANTIDADE
 

---



Vê-se pois que, salvo este último aspecto que só posteriormente lhe foi adicionado, a concepção atomista vem servindo de esquema básico de compreensão da realidade espaço-temporal na ótica de ciência ocidental.

#### 8.3.1.4 O Ser como Ser-simbólico

A concepção do ser como ser-simbólico tem no duo Sócrates-Platão seus primeiros defensores. O primeiro passo é dado por Sócrates, de certa forma como resultado de sua polêmica contra a dissolução da fé no discurso racional conseqüente ao ensino sofista. Sócrates tem o grande mérito de estabelecer os universais (ou conceitos) como os legítimos objetos da ciência. Aristóteles [2] atesta-o, de modo claro e preciso, em sua Metafísica:

1078 b ...Era natural que Sócrates buscasse a essência das coisas, por ser a argumentação lógica o ponto em que concentrava os seus esforços e por ser a essência o ponto de partida dos silogismos. Não se conhecia ainda essa faculdade dialética que permite especular sobre os contrários mesmo sem ter conhecimento da essência, e indagar se é a mesma ciência que trata dos contrários. Duas coisas podem ser atribuídas com justiça a Sócrates: os argumentos indutivos e a definição universal, ambos os quais se relacionam com o ponto de partida da ciência. Sócrates, no entanto, não deu existência separada nem aos uni

*versais, nem às definições. Os que vieram depois de  
le é que os separaram, chamando de Idéias essa clas  
se de entidades.*

A última frase da citação supra refere-se sem dúvida e prin  
cipalmente ao seu mestre Platão. A essência das coisas, em  
Sócrates, não se distinguia completamente de uma questão  
lingüística, no sentido de que a caracterizava sobretudo  
como objeto de uma teoria das definições. As essências não  
tinham uma autonomia em relação às coisas e, consequente  
mente, não se punha explicitamente a questão do seu *status*  
ontológico. Platão, influenciado sem dúvida pelos pitagóri  
cos, que atribuíam essa autonomia a números e relações,  
elabora, a partir da noção socrática de essência, uma dou  
trina das Idéias (ou Formas), cujo traço principal é justa  
mente a existência autônoma das Idéias relativamente às  
coisas do mundo fenomênico. As coisas passavam a ser depen  
dentes das Idéias e distinguíam-se umas das outras por uma  
obscura "participação" nas respectivas Idéias. Às Idéias  
é atribuída também uma existência eterna e a imutabilidade  
com o que Platão conciliou sua concepção da realidade com  
as exigências lógicas defendidas por seu antecessor Parmê  
nides.

É verdade que a concepção platônica da Idéia não é tão sim  
plista e dogmática como acima apresentada. No próprio diá  
logo "Parmênides", onde a doutrina da Idéia alcança seu  
mais alto nível de maturação, já se revelam também as pri  
meiras dúvidas e vacilações quanto à generalidade da rela  
ção coisas fenomênicas/Idéias: levantam-se objeções quanto  
a se toda classe de coisas correspondia uma Idéia, se às  
atribuições negativas poder-se-ia também atribuir uma Idé  
ia existente, e assim por diante. Estas dúvidas só crescem  
nos diálogos e textos posteriores. Cabe entretanto notar  
que, malgrado tudo isso, pode-se continuar afirmando que  
Platão não abandona sua concepção básica, e que sua insis  
tência vai encontrar sua clara justificação no elevado  
grau de concordância que a doutrina das Idéias subsisten

te mantinha com outras doutrinas de Platão relativamente à Ética, à Teologia e, muito especialmente, com concepção da alma e sua teoria do conhecimento; ceder quanto à Idéia significava deixar abalar no alicerce um dos mais grandiosos edifícios do pensamento.

Podemos pois afirmar com tranqüilidade que, com Platão, preenche-se a terceira posição no esquema básico das objetividades: o ser para ele é Idéia, idéia objetiva, ou, em nossa terminologia, simplesmente, ser-simbólico. Embora não esteja explícita e sistematizada em nenhum texto a concepção platônica do ser, ao fim de sua vida encaminha-se para uma síntese superior. A Idéia torna-se síntese de determinações lógico-matemáticas (de proveniência eleata-pitagórica) e determinações qualitativo-concretas (ou essencial/qualitativas). Dizemos síntese superior dado que a pura conjugação destas afirmações seria uma contradição, tendo em vista que entre elas existe uma incompatibilidade quanto ao comportamento temporal (as primeiras, imutáveis e as segundas, sempre em movimento). A síntese, pois, tem que se fazer negando, ao mesmo tempo, as duas determinações: na síntese, o uno lógico teria que ser também múltiplo, e o movimento fenomênico também o imutável; o resultado, no fundo, é que se renova a própria Idéia. De um lado, a Idéia, única e una, mas dividindo-se pela "participação" em múltiplas coisas; de outro lado, as coisas, mutáveis mas imoveis enquanto partícipes da unicidade da Idéia. Com o desenvolvimento da doutrina da Idéia, Platão, simultaneamente, aproximava-se da dialética.

Abbagnano [1], com uma argumentação paralela, chega à mesma conclusão:

*O ser (para Platão) é comum ao movimento e ao repouso; mas nem o movimento nem o repouso são todo o ser. Cada uma destas determinações ou formas é idêntica a si mesma, e diferente da outra: o idêntico e o diferente serão pois outras duas determinações do ser, que assim se elevam a cinco: ser, repouso, movimento, identidade, diversidade.*

Conclui, mais adiante, que pode-se sintetizar tudo isto dizendo que, para Platão, o ser torna-se finalmente ser-possível, objeto precípua da dialética:

*Para Platão, porém, o sentido fundamental do ser é precisamente a possibilidade. E é o ser assim concebido que torna possível, segundo Platão, a ciência filosófica por excelência, a dialética.*

Resumindo, que outra coisa pode ser a Idéia, síntese superior do lógico uno e imutável e do concreto múltiplo e cambiante, que não o simbólico?

#### 8.3.1.5 O Ser como Ser-matemático

Por fim, resta-nos enfocar a alternativa do ser qual ser-matemático e este privilégio, como todos sabemos, coube a uma das mais antigas escolas filosóficas, a pitagórica. Esta propõe uma redução das coisas do mundo ao número, melhor dir-se-ia, às relações determinadas entre números, relações estas que traduziriam a harmonia, condição primordial do que vem à existência.

Aristóteles é a principal fonte sobre os pitagóricos anônimos:

- 3- Os assim chamados pitagóricos, tendo-se dedicado às matemáticas, foram os primeiros a fazê-las progredir. Dominando-as, chegaram à convicção de que o princípio das matemáticas é o princípio de todas as coisas. E como os números são, por natureza, os primeiros entre estes princípios, julgando também encontrar nos números muitas semelhanças como seres e fenômenos, mais do que no fogo, na terra e na água, afirmavam a identidade de determinada propriedade numérica com a justiça, uma outra com a alma e o espírito, outra ainda com a oportunidade, e assim todas as coisas estariam em relações semelhantes; observando também as relações e leis dos números com as harmonias musicais, parecendo-lhes, por outro lado, toda a natureza modelada segundo os números, sendo estes os princípios da natureza, supuseram que os elementos dos números são os elementos de todas as coisas e que todo o universo é harmonia e número. E recolheram e ordenaram todas as concordâncias que encontravam nos números e harmonias com as manifestações e partes do universo, assim como com a ordem total (Arist., Metaph, I, 5, 985).

Especificamente, ao número "um" fazem corresponder o uno, ou equivalentemente, o ser:

$$\text{um} = \text{uno} = \text{ser}$$

o "um" geraria todos os números (diversidade) que, por seu turno, combinar-se-iam entre si em relações harmônicas, constituindo assim o mundo dos entes.

Ouçamos o que nos diz Filolau de Croton:

- 5- O número possui duas formas próprias, par e ímpar, e uma terceira forma resultante da mistura das outras duas, o par-ímpar; ambas as formas a apresentam, contudo, muitas configurações, as quais cada coisa demonstra por si.

Inferre-se pois que, além da identificação do "um" como princípio original dos números, e, conseqüentemente, dos entes em sua diversidade ficam caracterizadas duas formas básicas do número: par e ímpar, e que destas formas deriva-se uma terceira, o par-ímpar, que, em proporção, ou melhor dizendo, em configurações diversas, constituir-se-ia na razão da diversidade das coisas, que aliás, afirmam, as próprias coisas dariam evidente testemunho. Abre-se espaço assim à transformação das coisas, pela transmutação de suas configurações par-ímpar.

Embora aí se possa identificar uma genial intuição, geratriz da moderna concepção da ciência matematizada, na verdade, o que realmente está formulado é ainda uma ambígua analogia entre o mundo das coisas e o mundo dos números. Na da transparece, entretanto, do conceito da medida, essencial para o estabelecimento das relações funcionais que traduzem a causalidade, tão fundamental à ciência moderna. O número reflete apenas os aspectos estruturais da realidade, e ainda assim sem um mínimo de precisão.

Há evidentemente em tudo isto um grande campo a explorar do ponto de vista epistemológico, que faz do número o elo entre ser e pensar, mas que não desenvolveremos nesta oportunidade.

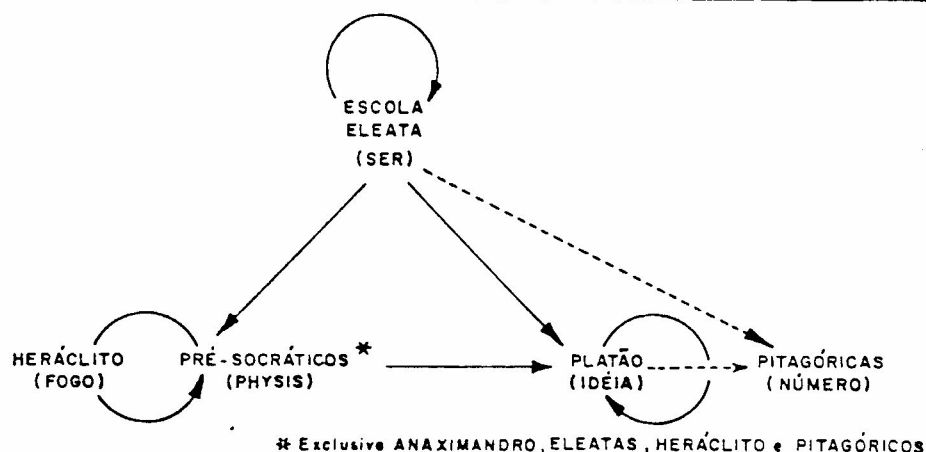


### 8.3.1.6 Conclusão

Podemos resumir as quatro variantes básicas a que chegaram os filósofos gregos pré-aristotêlicos com respeito à realidade, isto é, aquilo que seria digno de pensar.

Constatamos que preenchem perfeitamente o esquema básico das objetividades. Anaximandro e os eleatas concebem o ser como ser-lógico; os pré-socráticos (excluindo-se os eleatas, Heráclito e os pitagóricos) concebem o ser como ser-concreto, compatibilizando a determinação lógica do ser com sua evidência fenomênica mutante; Sócrates e Platão compatibilizam tanto as determinações lógicas quanto as concretas do ser, numa síntese superior: o ser como conceito ou idéia, isto é, como ser-simbólico. Por fim, os pitagóricos vêem, no ser, uma síntese especial do lógico e do simbólico, o ser como ser-matemático. A Fig.8.3.1.6 ilustra as quatro alternativas com suas interrelações. Sobre elas

Fig.8.3.1.6 A FILOSOFIA GREGA E A REALIDADE



há duas observações a fazer: a primeira, é que Heráclito, como justificamos no correr do texto, aí aparece num lugar especial, justamente aquele de onde força o diálogo entre as determinações lógicas do ser de Parmênides e o dinamismo da evidência fenomênica; a segunda é que a flecha,

que indica determinação de Platão, para os pitagóricos aparece cronologicamente invertida para ficar em acordo com o esquema básico das objetividades. Isto quer dizer que atribuímos a um puro acidente histórico que Pitágoras tenha antecedido a Platão.

A questão inicialmente levantada quanto a se os grupos teriam deixado vazios no quadro referencial, é óbvio, tem que ser negativamente respondida. E quanto à questão do que isto teria representado para o ímpeto da filosofia grega, perguntar-se-ia? Cremos que tão apenas o fim do seu curto e solitário império. A partir de Aristóteles, terá de reparti-lo com a ciência.

## BIBLIOGRAFIA

- |1| ABBAGNANO, Nicola. Platão. In: *História da Filosofia*, Lisboa, Ed. Presença, 1970.
- |2| ARISTÓTELES. *Metafísica*. Porto Alegre, Ed. Globo, 1969.
- |3| BORHEIM, Gerd A. *Os filósofos pré-socráticos*. S. Paulo, Ed. Cultrix, 1967.
- |4| BURNET, J. *L'Aurore de la philosophie grecque*. Paris, Payot, 1970.
- |5| HEIDEGGER, Martin. *Introdução à metafísica*. Rio de Janeiro, Tempo Brasileiro, 1966.
- |6| \_\_\_\_\_. *Question II - Ce qu'est comment se détermine la Physis*. Paris, Gallimard, 1968. pp 165 a 276.
- |7| \_\_\_\_\_. *Sendas Perdidas*. Buenos Aires, Editorial Losada, 1969.
- |8| KIRK, G.S. e REVEN, J.E. *Los filósofos pré socráticos*. Madrid, Ed. Gredos, 1969.
- |9| PLATON. *Théétète, Parmênides - Garnier - Flammarion - Paris*, 1967.
- |10| ROBIN, Leon. *La pensée hellénique des origines à Épicure*. Paris, P.U.F., 1967. p.68.
- |11| SAMPAIO, L.S.C. de. *Teoria das Objetividades*. Rio de Janeiro, EMBRATEL, Cap. I, II, Dez./1982.
- |12| ZELLER, Eduard. *Fundamentos de la filosofía grega*. Buenos Aires, Ed. Siglo Veinte, 1968.

Anexo II

## **Notas Sobre os Grupos de LIE**

## SUMÁRIO

### ANEXO II - NOTAS SOBRE OS GRUPOS DE LIE

INTRODUÇÃO .....	45
DIAGRAMA .....	46
I. OS GRUPOS INFINITOS : DEFINIÇÕES E CLASSIFICAÇÕES .....	48
1.1 - Grupo Paramétrico .....	48
1.2 - Grupo Contínuo .....	48
1.3 - Grupo de Lie .....	49
1.4 - Grupo de Lie $r$ - Paramétrico .....	50
1.5 - Grupo de Lie Geral Linear com Parâmetros Reais ou Abreviadamente GL (nR) .....	50
1.6 - Grupo de Lie Geral Linear com Parâmetros Complexos ou Resumidamente GL (nC) ou GL(n) .....	51
1.7 - Grupos Ortogonais ou Resumidamente O(n) .....	51
1.8 - Grupo de Lie de Rotação, Sinteticamente, R(n) .....	51
1.9 - Grupo de Lorentz Homogêneo .....	52
1.10- Grupo de Lorentz Não-homogêneo, ou Grupo de Pointcaré ...	55
1.11- Grupo Unitário ou U(n) .....	55
1.12- Grupo Linear Especial ou Simplesmente SL (n) .....	56
1.13- Grupo Especial Unitário ou Apenas SU (n) .....	56
II. REPRESENTAÇÃO DOS GRUPOS DE LIE .....	57
2.1 - Representação Fiel ( <i>faithful</i> ) .....	57
2.2 - Representações Equivalentes .....	57
2.3 - Representação Redutível .....	58
2.4 - Representação Irredutível .....	58
2.5 - Representação Unitária .....	58

III.	ÁLGEBRA DE LIE .....	59
	3.1 - Geradores de um Grupo de Lie .....	59
	3.2 - Álgebra de Lie .....	61
	3.3 - Forma Padrão ( <i>Standard Form</i> ) .....	66
	3.4 - Vetores de Pesos.....	67
	3.5 - Operador de Casimir .....	69
	3.6 - Diagrama de Pesos .....	69
	 BIBLIOGRAFIA .....	 70

## INTRODUÇÃO

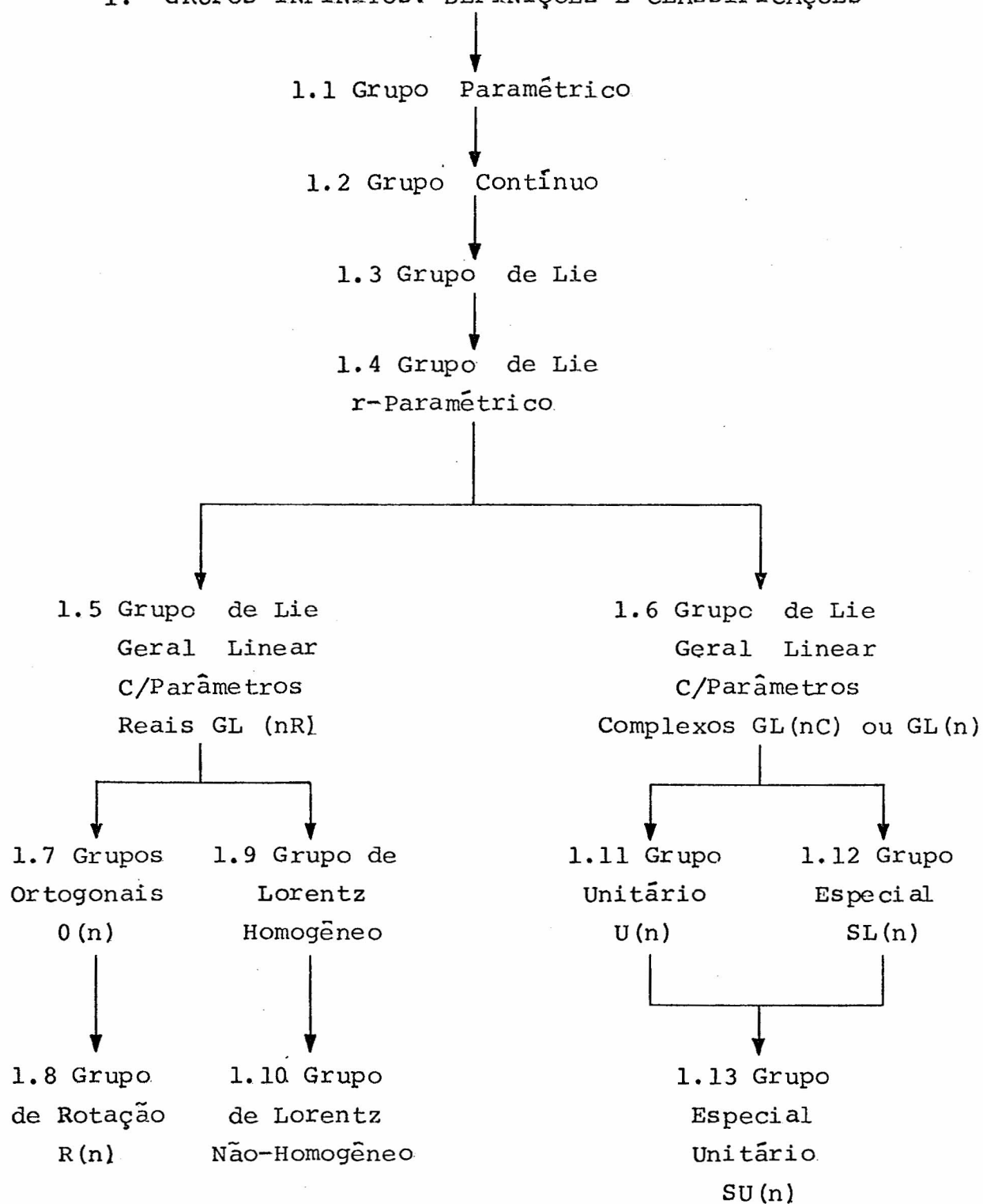
Faremos aqui uma apresentação sumária das principais noções relativas aos grupos contínuos, em especial aos grupos de Lie. Quando for o caso, no item dedicado a cada noção, apresentaremos apenas aqueles resultados que interessarem diretamente à Teoria das Objetividades, particularmente às objetividades concretas.

Dentre os grupos a serem focalizados, destacamos os grupos de rotação e os unitários - de utilização ampla em Mecânica Quântica - os grupos de Lorentz - utilizados na formulação da Teoria da Relatividade - e, por fim, os grupos especiais unitários - de uso na Teoria das Partículas Elementares.

Apresentamos, a seguir, o roteiro do que iremos desenvolver em forma de diagrama, em que as flechas indicam a filiação das diferentes noções. No item 1 é apresentada uma classificação dos grupos infinitos com suas respectivas definições; no item seguinte, serão expostas as noções referentes à representação de grupos contínuos; Álgebra de Lie será o assunto do item final.

## FILIAÇÃO DAS DIFERENTES NOÇÕES RELATIVAS AOS GRUPOS CONTÍNUOS

## I. GRUPOS INFINITOS: DEFINIÇÕES E CLASSIFICAÇÕES





## II. REPRESENTAÇÃO DOS GRUPOS DE LIE

- ↓
- 2.1 Representação Fiel
- ↓
- 2.2 Representações Equivalentes
- ↓
- 2.3 Representação Redutível
- ↓
- 2.4 Representação Irredutível
- ↓
- 2.5 Representação Unitária

## III. ÁLGEBRA DE LIE

- ↓
- 3.1 Geradores de um Grupo de Lie
- ↓
- 3.2 Álgebra de Lie
- ↓
- 3.3 Forma Padrão
- ↓
- 3.4 Vetores de Pesos
- ↓
- 3.5 Operador de Casimir
- ↓
- 3.6 Diagrama de Pesos

## I. OS GRUPOS INFINITOS: DEFINIÇÕES E CLASSIFICAÇÕES

Grupo Infinito é todo grupo de ordem não-finita, isto é, contendo um número não-finito de elementos.

### 1.1 Grupo Paramétrico

É um grupo no qual cada elemento pode ser caracterizado pelo valor de um ou mais parâmetros (necessidade de caracterização intensiva), pertencentes a conjuntos não-finitos.

### 1.2 Grupo Contínuo

Inicialmente, restrinjamo-nos ao caso de grupos paramétricos nos quais os parâmetros pertençam a espaços métricos, vale dizer, espaços para os quais a distância entre quaisquer dois pontos (valores de parâmetros) seja definida.

Sejam  $g(a)$  e  $g(b)$  dois elementos do grupo paramétrico, tais que  $g(a).g(b) = g(c)$ .

O grupo paramétrico será dito grupo contínuo se  $c$  for uma função contínua de  $a$  e  $b$ .

Na notação acima,  $a$ ,  $b$ , e  $c$  podem representar apenas um parâmetro, como também um conjunto finito de parâmetros. Neste último caso, teremos:

$$a = (a_1, a_2, \dots, a_n)$$

$$b = (b_1, b_2, \dots, b_n)$$

$$e \quad c = (c_1, c_2, \dots, c_n)$$

e também aí, dizer que  $c$  é uma função contínua de  $a$  e  $b$ , significa dizer que para qualquer  $1 \leq i \leq n$ ,  $c_i$  é uma função contínua de todos os  $a_j$  e  $b_k$ ,  $1 \leq j \leq n$  e  $1 \leq k \leq n$ .

### 1.3 Grupo de Lie

É um grupo contínuo no qual, para todo  $g(a)$ ,  $g(b)$ , tais que  $g(a)g(b) = g(c)$ ,  $c$  é uma função analítica ou diferenciável relativamente a  $a$  e  $b$ .

Exemplos de Grupos de Lie:

Exemplo 1: Grupo dos deslocamentos de um ponto segundo uma direção. Cada elemento do grupo sendo representado pelo deslocamento " $a$ ".

$$G = \{g(a) \mid -\infty < a < \infty\}$$

Seja  $x$  a coordenada inicial do ponto; consideremos os deslocamentos (variação do parâmetro  $a$ )  $a_1$ ,  $a_2$ , e  $a_3 \dots$

As novas coordenadas do ponto seriam pois:

$$x' = x + a_1$$

$$x'' = x + a_2$$

$$x''' = x + a_3 ; a_3 = a_1 + a_2$$

$a_3$  é uma função diferenciável relativamente a  $a_1$  e  $a_2$ .

Exemplo 2: Grupo das rotações de um cilindro em torno de seu próprio eixo.

Cada elemento do grupo será representado pelo ângulo  $\theta$  de rotação:  $G = \{g(\theta) | 0 \leq \theta \leq 360^\circ\}$ .

#### 1.4 Grupo de Lie r-Paramétrico

Eventualmente um grupo caracterizado por um número finito qualquer de parâmetros pode ter sua caracterização feita por um número menor de parâmetros. Se a caracterização de um grupo de Lie não puder ser feita por um número de parâmetros menor que  $r$ , dizemos que estes constituem-se em parâmetros essenciais, e o grupo é denominado Lie  $r$ -paramétrico.

#### 1.5 Grupo de Lie Geral Linear com Parâmetros Reais ou Abreviadamente $GL(nR)$ .

É um grupo de Lie  $n^2$  - paramétrico, com todos os  $n^2$  parâmetros pertencendo aos reais, no qual cada um dos parâmetros  $c_{ij}$ , do elemento resultante do produto  $g(a).g(b)$ , é uma função linear de todos os  $a_{ij}$ ,  $1 \leq i \leq n$  pertencentes a "a", e dos  $b_{ij}$ ,  $1 \leq j \leq n$  pertencentes a "b".

Poderemos, pois, caracterizar  $g(a)$ ,  $g(b)$  e  $g(c)$ , respectivamente, por:

$$g(a) = g \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} ; \quad g(b) = g \begin{pmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ \vdots & & \vdots \\ b_{n1} & \cdots & b_{nn} \end{pmatrix}$$

$$\text{e } g(c) = g \begin{pmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ \vdots & & \vdots \\ c_{n1} & \cdots & c_{nn} \end{pmatrix}$$

e, conseqüentemente:

$$\begin{pmatrix} c_{11} & \dots & c_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ c_{n1} & \dots & c_{nn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & \dots & b_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ b_{n1} & \dots & b_{nn} \end{pmatrix}$$

onde  $c_{ij} = a_{i1} b_{1j} + a_{i2} b_{2j} + \dots + a_{in} b_{nj}$

1.6 Grupo de Lie Geral Linear com Parâmetros Complexos ou Resumidamente  $GL(n\mathbb{C})$  ou  $GL(n)$ .

É um grupo  $2n^2$  - paramétrico, com todos os  $n^2$  parâmetros pertencendo aos complexos, em que cada um dos  $n^2$  parâmetros  $c_{ij}$ , do elemento resultante do produto  $g(a) \cdot g(b)$ , é uma função linear de todos os  $a_{ij}$ ,  $1 \leq i \leq n$ , pertencentes a "a", e dos  $b_{ij}$ ,  $1 \leq j \leq n$ , pertencentes a "b".

Semelhantemente ao que ocorre com os  $GL(n\mathbb{R})$ , os parâmetros de  $GL(n)$  podem ser dispostos numa matriz  $n$  por  $n$ , diferindo apenas no fato de que cada elemento da matriz pertencerá ao conjunto dos complexos.

1.7 Grupos Ortogonais ou Resumidamente  $O(n)$

Um grupo de Lie geral linear com parâmetros reais é dito ortogonal se, interpretado como transformação no espaço  $\mathbb{R}^n$ , deixar  $x^2 = \sum_i x_i^2$  invariante.

Pode-se demonstrar que para estes grupos existem apenas  $\frac{1}{2} n(n-1)$  parâmetros essenciais.

1.8 Grupo de Lie de Rotação, Sinteticamente,  $R(n)$ .

É o grupo ortogonal cujas matrizes representativas têm determinante unitário.

Pode-se demonstrar que os grupos de rotação  $R(n)$  possuem também  $\frac{1}{2} n(n-1)$  parâmetros essenciais.

Exemplo: Grupo  $R(2)$

$$R(2) = R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

Nº de parâmetros essenciais:

$$\frac{1}{2} (2)(2-1) = 1 \quad (\text{ângulo } \theta)$$

$$\text{Determinante de } R(\theta) = \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$$

### 1.9 Grupo de Lorentz Homogêneo

Voltamos aos grupos lineares de parâmetro real para destacar um tipo relevante de grupo por sua aplicação na teoria da relatividade. Trata-se do grupo de Lorentz homogêneo, que se define com um  $GL(4R)$  que, se interpretado como transformação do espaço-tempo  $x, y, z, ct$ , deixa invariante  $s^2 = x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2$

Pode-se demonstrar que existem seis parâmetros essenciais para este grupo.

Exemplo: Grupo de Lorentz para deslocamento  $v$  ao longo do eixo dos  $x$ .

$$G(v) = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & -\gamma \frac{v}{c} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\gamma \frac{v}{c} & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} \quad \text{onde } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Para certificarmos-nos de que é um Grupo de Lie de rotação devemos inicialmente verificar o determinante de  $G(v)$ :

$$\det G(v) = \gamma^2 - \gamma^2 \frac{v^2}{c^2} = \gamma^2 \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right) = \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right) = 1$$

Demonstaremos agora que este grupo deixa  $s^2$  invariante.

Inicialmente re-escrevamos  $s^2$  na forma de produto de vetores:

$$s^2 = (x, y, z, ct) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ ct \end{pmatrix}$$

e, similarmente:

$$s'^2 = (x', y', z', ct') \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ ct' \end{pmatrix}$$

Temos:

$$(x', y', z', ct') = (x, y, z, ct) \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & -\gamma \frac{v}{c} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\gamma \frac{v}{c} & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix}^T \quad \text{o que implica:}$$

$$e \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ ct' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & -\gamma \frac{v}{c} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\gamma \frac{v}{c} & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}$$

logo,  $s^2 = s'^2$  se e somente se:

$$\begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & -\gamma \frac{v}{c} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\gamma \frac{v}{c} & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & -\gamma \frac{v}{c} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\gamma \frac{v}{c} & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Sabendo-se que

$$\begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & -\gamma \frac{v}{c} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\gamma \frac{v}{c} & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & -\gamma \frac{v}{c} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\gamma \frac{v}{c} & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix}$$

teremos:

$$\begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & -\gamma \frac{v}{c} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\gamma \frac{v}{c} & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & -\gamma \frac{v}{c} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\gamma \frac{v}{c} & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & \gamma \frac{v}{c} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\gamma \frac{v}{c} & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & -\gamma \frac{v}{c} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\gamma \frac{v}{c} & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$



$$\begin{pmatrix} \gamma^2 - \gamma^2 \frac{v^2}{c^2} & 0 & 0 & -\gamma^2 \frac{v}{c} + \gamma^2 \frac{v}{c} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\gamma^2 \frac{v}{c} + \gamma^2 \frac{v}{c} & 0 & 0 & \gamma^2 \frac{v^2}{c^2} - \gamma^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Como

$$\gamma^2 - \gamma^2 \frac{v^2}{c^2} = \gamma^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = \left(\frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}\right) \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) =$$

$$= \frac{c^2}{c^2 - v^2} \cdot \frac{c^2 - v^2}{c^2} = 1$$

poderemos, simplificando a última equação matricial, chegar a:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{c.q.d.}$$

### 1.10 Grupo de Lorentz Não-homogêneo, ou Grupo de Pointcaré

É o grupo que resulta da *adição* do grupo de Lorentz homogêneo ao grupo das puras translações no espaço (x, y, z, ct).

Prova-se que este grupo possui 10 parâmetros essenciais.

### 1.11 Grupo Unitário ou U(n)

Voltemos agora aos grupos de Lie gerais lineares, de especial interesse para a física das partículas elementares.

Definimos como grupo unitário  $U(n)$  o grupo  $2n^2$  - paramétrico de  $n^2$  parâmetros complexos, isto é, representados por matrizes  $n \times n$  complexas, tais que a matriz inversa, característica de um elemento do grupo, coincide com a matriz conjugada complexa da mesma matriz de referência. Em termos simbólicos:

$$(A^{-1})_{ij} = A_{ji}^* \quad \text{para todo } A \in U(n)$$

### 1.12 Grupo Linear Especial ou Simplesmente $SL(n)$

É um grupo geral linear, cujos determinantes de todas as matrizes características dos elementos do grupo são iguais à unidade. Simbolicamente:

$$\det A = 1 \quad \forall \quad A \in SL(n)$$

### 1.13 Grupo Especial Unitário ou Apenas $SU(n)$

É um grupo unitário, que é também linear especial. Vale dizer, um grupo de matrizes  $n \times n$  complexas, tal que  $\forall A \in SU(n)$  tem-se:

$$(A^{-1})_{ij} = A_{ji}^* \quad \text{e} \quad \det A = 1$$

Pode-se demonstrar que  $SU(n)$  possui  $n^2 - 1$  parâmetros essenciais.

## II. REPRESENTAÇÃO DOS GRUPOS DE LIE

Representação de um grupo  $G$  é um homomorfismo de  $G$  sobre um grupo de operadores lineares num espaço vetorial.

Em particular, se os operadores lineares constituem-se de matrizes, a representação denomina-se representação matricial.

Embora não necessário, restringimo-nos à consideração das representações matriciais por matrizes quadradas com determinante não nulo.

### 2.1 Representação Fiel (*faithful*)

Uma representação é dita fiel quando o homomorfismo de  $G$  sobre o grupo de operadores constitui-se num isomorfismo.

### 2.2 Representações Equivalentes

Duas representações  $T$  e  $T'$  são ditas equivalentes quando existe uma transformação  $S$  definida sobre  $T$ , tal que  $T' = STS^{-1}$ . A transformação  $S$  é denominada uma transformação de similaridade (ou transformação de semelhança).

### 2.3 Representação Redutível

Se um grupo  $G$  possui uma representação matricial  $M(g)$  que possa ser colocada na forma:

$$M(g) = \begin{pmatrix} M_1(g) & X(g) \\ 0 & M_2(g) \end{pmatrix}$$

para todo  $g \in G$ , através de uma transformação de similaridade, a representação é dita redutível.

Caso se possa fazer  $X(g) = 0$ , a representação é dita decomponível.

### 2.4 Representação Irredutível

Uma representação que não seja redutível é denominada irredutível.

### 2.5 Representação Unitária

É uma representação constituída de matrizes unitárias, isto é, matrizes tais que  $(A^{-1})_{ij} = A_{ji}^*$

**Teorema:** Se um grupo de Lie compacto possui uma representação matricial com determinantes não nulos, esta pode ser transformada numa representação unitária através de uma transformação de similaridade.

### III. ALGEBRA DE LIE

#### 3.1 Geradores de um Grupo de Lie

Consideremos um espaço vetorial  $x$  de  $n$  dimensões, onde  $x \in X$  é da forma:

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Consideremos o grupo de Lie das transformações de  $X$  em  $X'$  da forma  $x' = f(x, a)$ ,  $a = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ .

Por convenção, temos que o elemento identidade do grupo é dado por  $x = f(x, 0)$ .

Consideremos a pequena transformação determinada pela variação  $\Delta a$ , que pode ser assim descrita:

$$x + \Delta x = f(x, \Delta a) \quad \text{ou} \quad \Delta x = f(x, \Delta a) - f(x);$$

fazendo  $\Delta a \rightarrow 0$ , temos:

$$\frac{dx}{da} = \lim_{\Delta a \rightarrow 0} \frac{f(x, \Delta a) - f(x)}{\Delta a}$$

$$\text{ou } dx = \frac{\partial f(x, 0)}{\partial a} \cdot da$$

$$\text{Definindo-se } \mu(x) = \frac{\partial f(x, 0)}{\partial a}$$

$$\text{Temos: } dx = \mu(x) da$$

ou, na forma não compacta

$$dx_i = \sum_{j=1}^n \mu_{ij} da_j ; \quad \forall i ; i \in [1, n]$$

$$\text{onde } \mu_{ij} = \frac{\partial f(x_i, 0)}{\partial a_j}$$

Denominamos gerador do grupo das transformações  $x' = f(x, a)$ , o conjunto de operadores  $X = (X_1, \dots, X_n)$ , assim definidas:

$$X_j = \sum_{i=1}^n \mu_{ij} \frac{\partial}{\partial x_i} ; j \in [1, n]$$

Hã, portanto, um gerador para cada parâmetro.

**Teorema 1:** Os comutadores dos geradores de um grupo de Lie são combinações lineares dos próprios geradores.

Sendo o comutador de  $X_i$  e  $X_j$  simbolizado por

$[X_i, X_j]$  com  $[X_i, X_j] = X_i X_j - X_j X_i$ , o teorema, em termos simbólicos, afirma:

$$[X_i, X_j] = \sum_{k=1}^n C_{ijk} X_k$$

As constantes  $C_{ijk}$  são denominadas constantes de estrutura.

Recordemos que um operador  $A$ , representado pela matriz  $(a_{ij})$ , é hermitiano se  $(a_{ij}) = (a_{ji}^*)$ ; em outras palavras, se a matriz  $(a_{ij})$  for igual à sua conjugada complexa, podem-se estabelecer os seguintes importantes teoremas:

**Teorema 2:** Sempre existirá uma escolha conveniente de parâmetros que torne o conjunto de todos os geradores de um Grupo de Lie hermitianos.

**Teorema 3:** Pode-se obter uma representação de um Grupo de Lie através de operadores unitários  $U_i$ , onde

$$U_i = e^{i\alpha_i X_i} = 1 + i\alpha_i X_i - \frac{\alpha_i^2 X_i^2}{2!} + \dots$$

onde  $X_i$  são geradores hermitianos do grupo, e os  $\alpha_i$  parâmetros reais.

### 3.2 Álgebra de Lie

Os geradores de um grupo de Lie, com a operação de comutação, formam uma álgebra denominada Álgebra de Lie.

**Exemplo 1:** Determinação dos Geradores do grupo  $SU(2)$ .

Os membros de  $SU(2)$  são as matrizes  $A$ ,  $2 \times 2$  complexas, unitárias, isto é, tais que  $A^+ A = 1$  (onde  $A^+$  representa a matriz adjunta de  $A$ ) e com determinante unitário, atuando sobre o espaço vetorial complexo de duas dimensões.

Temos:

$$x + dx = A(x) = (1 + da)x$$

$$A^+ A x = (1 + da^+) (1 + da)x = x$$

$$\Rightarrow (1 + da^+) (1 + da) = 1$$

Para "a" pequeno;

$$1+da^+da=1 \Rightarrow da^+ = -da \text{ com } \det(1+da)=1$$

Logo, fazendo-se:

$$da = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix}; \text{ temos: } (1+da) = \begin{pmatrix} 1+c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & 1+c_{22} \end{pmatrix};$$

$$\text{como } da^+ = -da \Rightarrow$$

$$c_{11} = ia_1$$

$$c_{12} = a_2 + ia_3$$

$$c_{21} = -a_2 + ia_3$$

$$c_{22} = ia_4;$$

como  $\det(1+da)=1$ , temos:

$$(1+ia_1)(1+ia_4) + a_2^2 + a_3^2 = 1 \Rightarrow$$

$$1+ia_1+ia_4 - a_1a_4 + a_2^2 + a_3^2 = 1$$

assim,

$$ia_1 + ia_4 = 0 \Rightarrow a_1 = -a_4$$



Logo,  $da = \begin{pmatrix} ia_1 & a_2 + ia_3 \\ -a_2 + ia_3 & -ia_1 \end{pmatrix}$  e, conseqüentemente:

$$dx_1 = ia_1 x_1 + (a_2 + ia_3) x_2$$

$$dx_2 = (-a_2 + ia_3) x_1 - ia_1 x_2$$

$$\frac{dx_1}{da_1} = ix_1; \quad \frac{dx_1}{da_2} = x_2; \quad \frac{dx_1}{da_3} = ix_2$$

$$\frac{dx_2}{da_1} = -ix_2; \quad \frac{dx_2}{da_2} = -x_1; \quad \frac{dx_2}{da_3} = ix_1$$

Os geradores de  $SU(2)$  serão, portanto:

$$X_1 = ix_1 \frac{\partial}{\partial x_1} - ix_2 \frac{\partial}{\partial x_2}$$

$$X_2 = x_2 \frac{\partial}{\partial x_1} - x_1 \frac{\partial}{\partial x_2}$$

$$X_3 = ix_3 \frac{\partial}{\partial x_1} + ix_1 \frac{\partial}{\partial x_2}$$

A Álgebra de Lie para  $SU(2)$  é assim caracterizada:

$$[X_1, X_2] = -2X_3$$

$$[X_2, X_3] = -2X_1$$

$$e [X_3, X_1] = -2X_2$$

$$\text{ou } [X_i, X_j] = -2e_{ijk} X_k$$

$e_{ijk}$  tal que para as permutações pares de  $i, j, k$ ,  $e_{ijk} = 1$   
e para as ímpares  $e_{ijk} = -1$

Exemplo 2: Determinação dos geradores de  $O(3)$

Os membros de  $O(3)$  são as matrizes  $A$ ,  $3 \times 3$ , reais, tais que  $AA^t = 1$

Temos:

$$x+dx = Ax = (1+da)x$$

$$A^t Ax = (1+da^t) (1+da)x = x$$

$$\Rightarrow (1+da^t) (1+da) = 1$$

Para "a" pequeno

$$1 + da^t + da = 1 \Rightarrow da^t = -da$$

Logo:

$$da = \begin{pmatrix} 0 & da_{12} & da_{13} \\ -da_{12} & 0 & da_{23} \\ -da_{13} & -da_{23} & 0 \end{pmatrix}$$

Assim:  $dx = da \cdot x$

ou  $dx_1 = da_{12} x_2 + da_{13} x_3$

$$dx_2 = -da_{12} x_1 + da_{23} x_3$$

$$dx_3 = -da_{13} x_1 - da_{23} x_2 \quad \text{e, conseqüentemente,}$$

$$\frac{dx_1}{da_{12}} = x_2 ; \frac{dx_1}{da_{13}} = x_3 ; \frac{dx_1}{da_{23}} = 0$$

$$\frac{dx_2}{da_{12}} = -x_1 ; \frac{dx_2}{da_{13}} = 0 ; \frac{dx_2}{da_{23}} = x_3$$

$$\frac{dx_3}{da_{12}} = 0 ; \frac{dx_3}{da_{13}} = -x_1 ; \frac{dx_3}{da_{23}} = -x_2$$

logo, os geradores de  $o(3)$  serão:

$$X_1 = x_3 \frac{\partial}{\partial x_2} - x_2 \frac{\partial}{\partial x_3}$$

$$X_2 = x_3 \frac{\partial}{\partial x_1} - x_1 \frac{\partial}{\partial x_3}$$

$$X_3 = x_2 \frac{\partial}{\partial x_1} - x_1 \frac{\partial}{\partial x_2}$$

As relações de comutação serão:

$$[X_1, X_2] = X_3$$

$$[X_2, X_3] = X_1$$

$$\text{ou } [X_3, X_1] = X_2$$

$$[X_i, X_j] = \epsilon_{ijk} X_k$$

É possível tomar alguma combinação linear de geradores, inclusive com parâmetros complexos, que preserve a álgebra. No caso acima, por exemplo, podemos ter:

$$X_\alpha = iJ_\alpha$$

o que acarreta as seguintes relações de comutação:

$$[J_i, J_j] = i \epsilon_{ijk} J_k$$

Tomando-se o caso de  $SU(2)$ , onde

$$[X_i, X_j] = 2\epsilon_{ijk} X_k$$

podemos também fazer  $X_\alpha = -2iJ_\alpha$

o que acarreta as seguintes relações de comutação:

$$[J_i, J_j] = ie_{ijk}J_k$$

Logo,  $SU(2)$  e  $O(3)$  têm álgebras idênticas existindo, portanto, um homomorfismo entre elas: dois para um, de  $SU(2)$  para  $O(3)$ .

### 3.3 Forma Padrão (*Standard Form*)

É o conjunto de geradores de uma representação de um grupo que apresenta um número máximo de geradores comutando entre si.

Designaremos  $H_1, H_2, \dots, H_\ell$  os geradores que comutam entre si, e  $E_1, E_2, \dots, E_{n-\ell}$  os que não comutam, sendo  $n$  o número de geradores. Quando  $\ell=1$ , qualquer dos geradores pode ser tomado por  $H_1$ .

No caso de  $SU(2)$ , a forma padrão é:

$$H_1 = J_3$$

$$E_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} (J_1 + iJ_2)$$

$$E_{-1} = E_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} (J_1 - iJ_2)$$

onde  $J_1 = \frac{1}{2} \tau_1$ ,  $J_2 = \frac{1}{2} \tau_2$  e  $J_3 = \frac{1}{2} \tau_3$

com  $\tau_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $\tau_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$  e  $\tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

Estas matrizes são denominadas *matrizes de Pauli*.

No caso de  $SU(3)$ , a forma padrão é:

$$\begin{aligned}
H_1 &= \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; H_2 = \frac{1}{3\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}; E_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
E_2 &= \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; E_3 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; E_4 = E_{-1} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
E_5 = E_{-2} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}; E_6 = E_{-3} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

### 3.4 Vetores de Pesos

São os conjuntos de  $\ell$ -uplas formadas pelos valores próprios dos operadores que comutam entre si, pertencentes à forma padrão de uma determinada representação.

Exemplo 1: No caso da representação de  $SU(2)$ , apresentada no item 3.2, teremos:

$$H_1 = \frac{1}{2} \tau_3 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \text{ sendo os valores próprios de } H_1 \text{ dados por}$$

$H_1 \Psi = m \Psi$ , ou seja:

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ 0 \end{pmatrix} = m_1 \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

ou ainda:

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \end{pmatrix} = m_1 \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ 0_2 \end{pmatrix} \Rightarrow m_1 = \frac{1}{2}$$

ou, alternativamente:

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \Psi_2 \end{pmatrix} = m_2 \begin{pmatrix} 0 \\ \Psi_2 \end{pmatrix}$$

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ -\Psi_2 \end{pmatrix} = m_2 \begin{pmatrix} 0 \\ \Psi_2 \end{pmatrix} \Rightarrow m_2 = -\frac{1}{2}$$

Exemplo 2: No caso da representação de SU(3), apresentada no item 3.3, teremos:

$(H_1, H_2) \Psi = (m^1, m^2) \Psi$  ou de forma completa:

$$\left( \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \frac{1}{3\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = (m_1^1, m_1^2) \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} =$$

$$\left( \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \frac{1}{3\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right) = (m_1^1, m_1^2) \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow (m_1^1, m_1^2) = \left( \frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{3\sqrt{2}} \right)$$

Fazendo-se cálculo semelhante para  $\Psi = \begin{pmatrix} 0 \\ \Psi_2 \\ 0 \end{pmatrix}$  e  $\Psi = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \Psi_3 \end{pmatrix}$

temos:

$$(m_2^1, m_2^2) = \left( -\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{3\sqrt{2}} \right)$$

$$\text{e } (m_3^1, m_3^3) = \left( 0, \frac{-2}{\sqrt{3}} \right)$$

### 3.5 Operador de Casimir

Com os membros de uma álgebra de Lie é possível construir operadores não lineares que comutam com todos os geradores; a esses operadores damos o nome de operadores de Casimir.

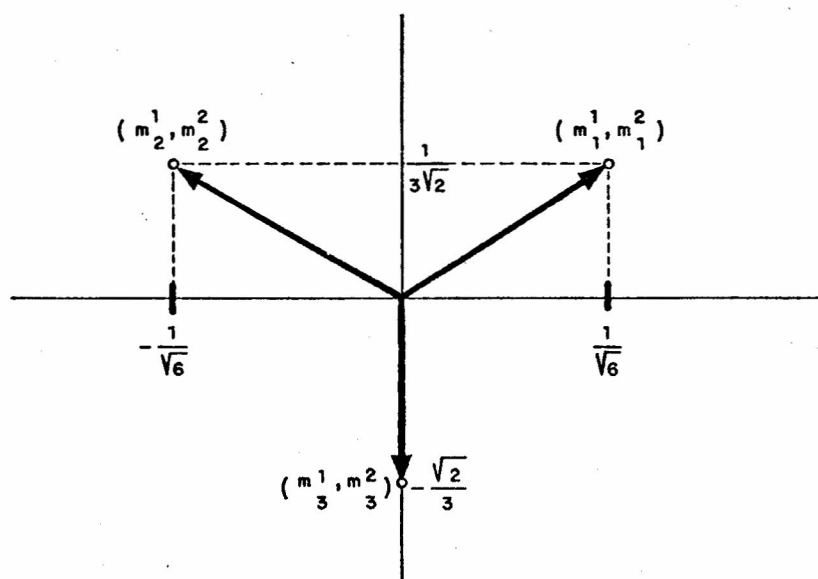
Exemplo:

No caso de  $SU(2)$  o operador de Casimir é:

$$J^2 = J_1^2 + J_2^2 + J_3^2$$

### 3.6 Diagrama de Pesos

É a representação em  $R_\ell$  dos vetores de pesos de uma representação. No caso, por exemplo, dos vetores de pesos relativos à representação de  $SU(3)$ , focalizada no item 3.3, temos o seguinte diagrama:



## BIBLIOGRAFIA

LICHTENBERG, D.B. *Unitary symmetry and elementary particles*. N.York, Academic Press, 1970.

SWAMY, N.V.V.J. & SAMUEL, M.A. *Group theory made easy for scientists and engineers*. N. York, J. Wiley, 1979.

TAILOR, J.G. *Special relativity*. Oxford, Clarendon Press, 1975.